Metodicko-pedagogické centrum, Tomášikova 4, Bratislava

Združenie na podporu vzdelávania
EDUKÁCIA
CASIO

Ročník: 11
Číslo: 1
Šk. rok: 2005/2006

Matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl



Podľa úsudku uznávaných žijúcich matematikov bola Emmy Noetherová najgeniálnejším tvorivým duchom medzi ženami od doby, kedy im bolo umožnené vyššie vzdelávanie.

A. Einstein

(Podrobnosti v čísle na s. 1)

Milí čitatelia,

prihovárame sa vám už po jedenásty krát so želaním veľa úspechov v novom školskom roku a veľa krásnych a užitočných chvíľ pri riešení úloh.

Podobne ako vlani budeme uverejňovať texty úloh Matematickej olympiády všetkých kategórií, články o významných matematikoch, odborné články vrátane článkov týkajúcich sa informačno-komunikačných technológií na úrovni poznatkov žiakov základnej a strednej školy. Aj v tomto roku organizujeme korešpondenčnú súťaž v riešení úloh pre žiakov základných a stredných škôl v kategóriách A, B, C, Z tak ako v Matematickej olympiáde, a navyše v kategórií π, v ktorej môže súťažiť každý žiak, okrem svojej kategórie, ale úlohy budú náročnejšie.

V minulom školskom roku získali najviac úspešných riešiteľov tieto školy: Gymnázium J. G. Tajovského, Banská Bystrica – **10 úspešných,** Gymnázium Z. Kodálya, Galanta, Gymnázium Košice, Alejová ul., Gymnázium Nitra, Párovská ul., Gymnázium Nové Zámky, Gymnázium Poprad, Ul. D. Tatarku – **2 úspešní,** Gymnázium Ľ. J. Šuleka, Komárno, Gymnázium Púchov, Gymnázium Šaľa, OA Šurany, ZŠ Trenčín, Dlhé hony – **1 úspešný riešiteľ**.

Víťazi korešpondenčnej súťaže, podobne ako v minulosti, boli odmenení naším sponzorom CASIO kalkulačkami. V auguste t. r. prebehlo v školiacom stredisku Budmerice sústredenie najlepších riešiteľov našej korešpondenčnej súťaže. Sústredenie, ktoré viedol Ing. Mgr. Martin Hriňák, bolo veľmi dobre pripravené a žiaci z neho odchádzali nadmieru spokojní.

Tešíme sa tiež aj na súťaž E určenú pre žiakov 3. a 4. ročníka základnej školy, ktorá mala v minulom školskom roku 124 riešiteľov.

V prílohe pre PK matematiky budeme posielať nové materiály a informácie o školeniach, kurzoch aj o možnostiach skvalitnenia vyučovania matematiky na základných a stredných školách.

Pretože Metodicko-pedagogické centrum, ktoré vydáva MATMIX, je hlavným organizátorom konferencie a výstavy FÓRUM PEDAGOGIKY, budeme vás informovať o tejto veľkolepej oslavy školy a vzdelávania.

Radi privítame vaše články, úlohy, postrehy a nápady, preto sa nebojte písať. Tiež nám môžete posielať problémy, s ktorými ste sa v matematike stretli a neviete si s nimi poradiť. Redakcia bude v maximálnej možnej miere akceptovať želania čitateľov týkajuce sa matematického obsahu časopisu.

Dovoľte nám poďakovať sa touto cestou prvému šéfredaktorovi MATMIXu RNDr. Milanovi Maxianovi za vykonanú prácu, za starostlivosť, akú venoval tvorbe časopisu. Vážime si ho pre jeho poznatky a skúsenosti, ktoré nadobudol ako vynikajúci učiteľ matematiky na gymnáziu, ako pracovník Štátneho pedagogického ústavu či ako pracovník Metodického-pedagogického centra na Tomášikovej 4 v Bratislave. Do ďalších rokov mu veľa zdravia a tvorivých úspechov praje

redakcia časopisu MATMIX

Emmy Noetherová – život pre matematiku

Ženy a matematika

Pripomeňme si mená žien, ktoré zanechali trvalú stopu v histórii matematiky. Hypatia (375? – 415), dcéra alexandrijského matematika Theona, vyučovala matematiku i astronómiu. Maria Gaetana Agnesi (1718 – 1799), profesorka na univerzite v Bologni, napísala ako prvá žena učebnicu matematiky. Francúzka Sophia Germainová (1776 – 1831) prispela k teórii čísel a získala Veľkú cenu matematických vied od Institute de France. Ruská profesorka Sofia Vasiljevna Kovalevská (1850 – 1891) otvorila ženám dvere do Petrohradskej akadémie. Matematičkou 20. storočia sa stala **Emmy Noetherová (1882 – 1935)**, žena, ktorá žila len pre matematiku. Najväčšie potešenie nachádzala vo svojej odbornej práci.

Osudy žitia

Nadanie pre matematiku sa v rodine univerzitného profesora Maxa Noethera (1844 – 1921) pravdepodobne dedilo. Otec, syn i dcéra sa zapísali medzi významných matematikov. **Amalie Emmy Noetherová** sa narodila 23. marca 1882 v Erlangene, malom bavorskom mestečku severne od Norimbergu. Vychodila vyššiu dievčenskú školu, urobila skúšky na vyučovanie francúzštiny a angličtiny. Po vykonaní maturitnej skúšky (1903) sa však nemohla stať riadnou poslucháčkou vysokej školy. V Nemecku mohli ženy študovať na univerzite až od roku 1904. Emmy napriek tomu navštevovala prednášky z histórie, jazykovedy, matematiky i fyziky na univerzitách v Erlangene i Göttingene. Od školského roku 1904/1905 bola riadnou poslucháčkou a venovala sa štúdiu matematiky. Na základe odbornej práce z algebry získala doktorát (1907). Pracovala v matematickom ústave erlangenskej univerzity, neskôr na univerzite v Göttingene. Začala samostatne prednášať a viesť semináre, v roku 1922 bola vymenovaná za univerzitnú profesorku matematiky. Nacizmus, nenávidiaci židovský pôvod, ukončil jej pôsobenie na univerzitách v Nemecku (1933). Odišla do USA, kde vyučovala na dievčenskej škole v Pensylvánii. Po operácii zomrela 14. apríla 1935 v Bryn Mawr.



Duch vedy i ľudskosti

Vedeckým záujmom Noetherovej bola abstraktná algebra, teória ideálov, algebraická geometria. Sformulovala pojem grupy s operátormi, študovala problémy kombinatorickej topológie. Vynikala v abstraktnom pojmovom axiomatickom myslení, mala neobyčajnú predstavivosť pre najzložitejšie súvislosti, vedela presne odhaliť nové problémy. Prednášala v Moskve (1928/1929), Prahe i v Ústave pre pokročilé štúdiá v Princetone (New Jersey, USA). Vytvorila vlastnú vedeckú školu. Veľmi známa publikácia, dvojdielna učebnica vyššej algebry, napísaná jej spolupracovníkom holandským matematikom B. L. van Waerdenom, má podtitul „S použitím prednášok Emila Artina a Emmy Noetherovej".

Profesorka **Noetherová** nevynikla pri vyučovaní elementárnych matematických disciplín určených pre širší okruh študentov. Zaoberala sa výkladom spojeným s jej vlastnou vedeckou prácou. Pozorne, jednoducho a jasne vysvetľovala svoje predstavy a úsudky. O študijné i osobné problémy svojich žiakov prejavovala úprimný záujem. Mala dar humoru i zmysel pre družnosť. V pedagogickej i odbornej práci bola uznávaná študentmi i kolegami. V matematike a jej vyučovaní mala radosť z práce i života.

Emmy Noetherová pomohla odstraňovať predsudky o ženskom matematickom myslení. Zaradila sa k najvýznamnejším ženám – matematičkám všetkých dôb. I keď prevaha matematického nadania zatlačila do úzadia niektoré typické ženské stránky jej života, aj tak bola húževnatá a skromná Emmy často šťastná, obklopená prejavmi úcty i priateľstva. Nestarala sa veľmi o hmotné podmienky svojho života, nevynikala ženským pôvabom, ale v jej srdci nemali miesto ani zlomyseľnosť, ani ľudské zlo. Jej hlbokú ľudskú osobnosť spoznal každý, kto s ňou spolupracoval. Odborný prínos Emmy Noetherovej ocenil Albert Einstein (1879 – 1955) slovami: *„Podľa úsudku uznávaných žijúcich matematikov bola Emmy Noetherová najgeniálnejším tvorivým duchom medzi ženami od doby, kedy im bolo umožnené vyššie vzdelávanie. V ríši algebry, kde sa najnadanejší matematici po stáročia snažili preniknúť dopredu, odkryla metódy, ktoré majú netušený význam pre rozvoj matematiky súčasnej doby.“*



Dušan Jedinák

Vigenerova šifra a jej realizácia v Exceli

Šifrovanie je písanie správ dohodnutými znakmi, heslami, číslicami podľa určitého kľúča. Takto pozmenená pôvodná správa sa nazýva zašifrovaná správa. Francúz Blaise de Vigenere nahrádzal jednotlivé znaky pôvodnej správy (vzory) inými znakmi (obrazmi, šiframi) tak, že používal tabuľku 1. Používal len veľké písmená anglickej abecedy tak, ako sú uvedené v hlavičke tabuľky 1. Medzery a diakritika sa ignorujú.

Definície

- Znak je jedno písmeno Vigenerovej tabuľky.
- Šifra je zašifrovaný znak.
- Správa je usporiadaná množina znakov (text).
- Dĺžka správy je počet jej znakov. Pôvodná správa a zašifrovaná správa majú rovnakú dĺžku.

- Dĺžka kľúča je počet jeho znakov.
- Kód znaku je ASCII kód tohoto znaku. Kód(A) = 65, kód(B) = 66, ..., kód(Z) = 90.
- Pseudovzdialenosť dvoch susedných znakov je rozdiel ich kódov. Pseudovzdialenosť môže nadobúdať kladné aj záporné celé čísla.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**	**N**	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Tab. 1. De Vigenerova tabuľka

Príklad. Posiela sa správa PRIDEM a použije sa kľúč KLUC.
Šifrovanie. Začne sa na riadku K a v stĺpci P. V ich priesečníku je znak Z. To je prvý znak zašifrovanej správy. Druhý znak dostaneme na riadku L a v stĺpci R. V ich priesečníku je znak C. Ďalšie znaky sa šifrujú analogicky. Správa PRIDEM sa zašifruje ako ZCCFOX. Znaky kľúča sú v prvom stĺpci tabuľky podčiarknuté. Znaky šifry sú podčiarknuté vo vnútri tabuľky.
Dešifrovanie. Adresát zašifrovanej správy musí poznať kľúč, podľa ktorého bola správa zašifrovaná. Kľúč sa odosiela inou cestou ako šifra alebo sa vopred dohodne s odosielateľom. Inak by bolo po utajení. Podľa tohoto kľúča (v našom prípade KLUC) sa správa dešifruje tak, že v riadku K sa vyhľadá znak Z. V hlavičke nad znakom Z je znak P. Je to prvý znak pôvodnej správy. V riadku L sa vyhľadá znak C.

V hlavičke nad znakom C je znak R. Je to druhý znak pôvodnej správy. Ostatné znaky sa dešifrujú analogicky.

Vigenerova šifra je substitučná šifra, pretože sa každý znak správy nahradí iným znakom (ktorý leží v priesečníku riadka znaku kľúča a stĺpca znaku správy). Kľúč má byť dostatočne dlhý. Ak je kratší ako správa, opakujú sa jeho znaky. Používajú sa aj transpozičné šifry. Pri transpozičnom šifrovaní sa pôvodné znaky nemenia, ale sa zmení ich poradie podľa vopred dohodnutého kľúča. Učinné je používať kombináciu substitučnej a transpozičnej šifry, krátke správy a dlhé kľúče.

Správy sa šifrovali už v staroveku. Napríklad Caesarova šifra je zvláštny prípad Vigenerovej šifry. Je to prípad, keď dĺžka kľúča je 1 (t. j. kľúč má iba jeden znak, ktorý sa opakuje). Šifra sa ľahko rozlúšti, pretože znaky správy sa „posunú“ vždy o rovnakú pseudovzdialenosť. Pri dostatočne dlhej správe sa posunutie určí analýzou frekvencie výskytu znakov v bežnom texte. Pre každý jazyk je táto frekvencia iná a preto je dôležité vedieť, v akom jazyku bola napísaná pôvodná správa.

Vigenerova šifra vznikla v 16. storočí. Až do začiatku 20. storočia sa pokladala za neprekonateľnú. Existujú aj iné spôsoby šifrovania, ale tie nie sú až tak elementárne ako Vigenerova šifra.

Realizácia Vigenerovej šifry v Exceli

Spôsob šifrovania uvedený v predošlej časti je pomalý a ťažkopádny. Zvykli sme si na rýchle a ľahké metódy. Pri použití tabuľkového procesora Excel sa šifrovanie podľa Vigenera zrýchli a zjednoduší. Na našej www stránke nájdete jednoduchú aplikáciu tejto šifry v Exceli.

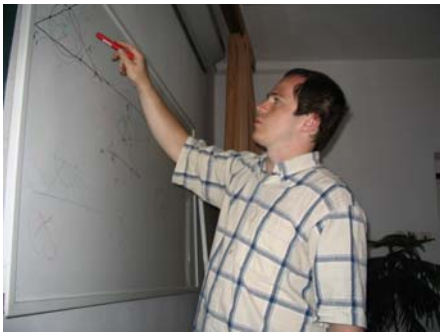
Arnold Dávid

Sústredenie MATMIXU – Školiace stredisko Budmerice, 22. – 26. august 2005



Kto vedel o mojej ceste do Budmeríc, varoval ma, že tam budú „samé kockované hlavy“. Ale kdeže! Normálna dnešná mládež. Čo hovorí štatistika, kto má radšej matematiku, chlapci či dievčatá? Ani to by ste sa nedozvedeli z pomeru síl 7:7. Počasie si prvé dni zmyslelo, že nás zavrie do učebne. Kvapky dažďa sa prizerali spoza skla, čo sa tu bude diať. Otcovským slovom nás privítal pán Hrdina, ktorý hovorí o matematike ako o spoločenskej hre. Takým je sudoku. Zabralo miesto, ktoré doteraz v časopisoch patrilo krížovkám. Zásobil nás rôznymi stupňami náročnosti tejto rozcvičky mozgu.

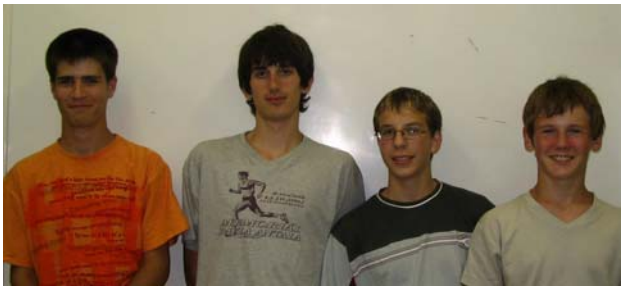
Poobede docestoval aj Maťo Hriňák, ktorého neprekvapíte žiadnou otázkou, ktorá má v podmete či predmete prírodné vedy. Jeho prednášky, ktoré nám spestrovali prázdninové dni, mali takéto nevinné názvy: Apolóniova kružnica,



Kombinatorika, Zobrazenie či Diofantovské rovnice. Kým bol pri tabuli Maťo, všetko bolo veľmi jasné, ale keď začal vyslovovať naše mená, striedavo sa zmrákalo a rozvidnievalo. Dve hodinky sme pracovali aj s grafickými kalkulačkami.

Po krátkom zoznámení sa, ktoré prebiehalo na izbách či v jedálni, sme vytvorili zmiešané družstvá LEKVÁRYKY verzus KOMPÓTY. Turnaje medzi nami neboli len s kalkulačkou v ruke, ale aj v prekrásnom športovom areáli strediska, v spoločenských miestnostiach, na internete. Nielen dobrí v počtoch, no i v basketbale – Vlado, Marek – onedlho bude prednášať sám, s Mišom si tyká každý šport, dievčatá si vedia odvodiť nielen vzorce, Katka má v ruke fotoaparát, Esma so Slávkou sa v rozhovoroch cez matematiku prepracujú k hocičomu, Kati s Kaťou a so Šaňom trénovali trojskok do vody oblečení, Pítr nespal, lebo v noci sa sudoku rieši lepšie. Martin, Albert, Aďa, ja – každý z iného kúta Slovenska. Všetkých nás spojil MATMIX – matematické úlohy, ktoré po prečítaní znejú neznámo, no po zamyslení a hľadaní riešenia sú logické. Dni sme trávili šachom, tenisom, stolným tenisom, piškvorkami, prezreli sme si aj scenériu dediny od kríža a zišli sme až ku kaštieľu, ktorý je pýchou dedinky Budmerice.





Víťazi korešpondenčnej súťaže: zľava Michal Takács, Vladimír Boža. Marek Derňár a Albert Harencsár.

Nielenže sme boli z iných kútov, ale aj z iných ročníkov, a tak záverečný MATBOJ, ktorý obsahoval príklady z prijímačiek na vysokú školu, bol pre viacerých z nás boj. A ktorá skupina vyhrala? LEKVÁRYKY nás KOMPÓTY prevýšili o nejaký ten bod, ale miesto víťazných vencov bol dobrý pocit. A ten sme mali po týždni všetci. Prevetrali sme si vedomosti, svaly a nabrali novú skúsenosť, priateľstvá. Žiadne kockované hlavy! Pero, papier, logika a oprášené vedomosti. Skús to aj ty a o rok môžeš zažiť takýto pestrý týždeň spolu s nami! S nami iba vtedy, ak budeme opäť počítať, ale s Maťom Hriňákom a pánom Hrdinom určite. Im patrí naše ďakujem, že sa venujú mládeži.

Monika Ficzová



Spoločná fotografia: zľava Ľ. Hrdina, M. Blicha, M. Derňár, K. Škrovinová, A. Páldy, A. Harencsár, S. Bertová, P. Korcsok, V. Boža, M. Takács, A. Živčáková, L. Veselovská, K. Juríková, M. Ficzová, K. Zubnárová, M. Hriňák

Zadania úloh Matematickej olympiády v školskom roku 2005/2006

Kategória Z4

1. Jurko rád kreslí autíčka. V pondelok namaľoval niekoľko autíčok, v utorok ich namaľoval trikrát toľko ako v pondelok, ale potom 12 pondelkových vygumoval. V stredu mal zlú náladu, nič nenamaľoval a ešte roztrhal polovicu utorkových, čiže 24. Koľko autíčok namaľoval v utorok? Koľko autíčok namaľoval v pondelok, v utorok a v stredu spolu?

   (M. Dillingerová)

2. Z čísla 9 635 347 vyškrtni niekoľko číslic tak, aby vzniklo čo najväčšie číslo a súčet všetkých jeho číslic bol menší ako 20.

   (M. Dillingerová)

3. Rozprávkový nafukovací štvorec, ktorý vie rozprávať, mal pred 5 minútami dĺžku strany 8 cm. Pri každom klamstve zväčší svoj obvod dvojnásobne. Pri každej vyslovenej pravde sa zmenší dĺžka každej jeho strany o 2 cm. Za posledných 5 minút 2-krát klamal a 2-krát hovoril pravdu.
   a) Aký najväčší obvod môže mať teraz?
   b) Aký najmenší obvod môže mať teraz?

   (S. Bodláková)

4. Peter má na papier napísať z čísel od 1 do 200 všetky také, ktoré sa dajú deliť piatimi bezo zvyšku, ale nedajú sa deliť bezo zvyšku siedmimi. Pavol má vypísať z čísel od 1 do 200 všetky také, ktoré po delení siedmimi dávajú zvyšok 5. Koľko čísel má napísať Peter a koľko Pavol?

(M. Smitková)

5. Žabka Rosnička stála na rebríku, ktorý mal 5 priečok, na tretej priečke. Urobila šesť skokov a zostala stáť na piatej priečke. Vypíš všetky možnosti, ako mohla Rosnička skákať, ak vždy skočila len o jednu priečku hore alebo o jednu priečku dole.

(S. Bodláková)

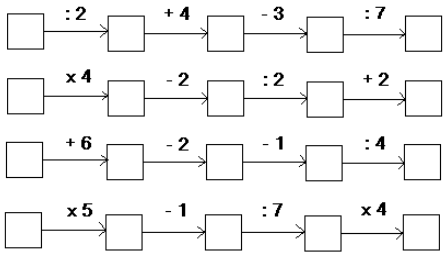
6. Majka má v stavebnici len rovnako veľké kocky s hranou dĺžky 3 cm. Keď z nich postaví vežu, ktorá má na každom podlaží 4 kocky, bude mať veža výšku 54 cm. Aká vysoká by bola iná veža z takého istého počtu rovnakých kociek, ktorá by mala v každom podlaží deväť kociek?

(M. Dillingerová)

Kategória Z5

1. Doplň do prázdnych políčok prirodzené čísla od 1 do 20 (každé číslo môžete použiť len raz) tak, aby platili matematické vzťahy.

(M. Smitková)



2. Blcha Skákalka skáče po číselnej osi. Vie robiť iba skoky dvoch dĺžok. Jedným preskočí o 14 doprava alebo doľava, druhým preskočí o 18 doprava alebo doľava. Práve stojí na čísle 2.
   a) Nájdi spôsob, ako má skákať, aby sa štyrmi skokmi dostala na číslo 10.
   b) Tvrdí, že včera bola na čísle 13. Hovorí pravdu alebo klame? Zdôvodni.

(M. Dillingerová)

3. Rozprávkový nafukovací štvorec, ktorý vie rozprávať, mal pred 5 minútami dĺžku strany 8 cm. Pri každom klamstve zväčší svoj obvod dvojnásobne. Pri každej vyslovenej pravde sa zmenší dĺžka každej jeho strany o 2 cm. Za posledných 5 minút 2-krát klamal a 2-krát hovoril pravdu.

a) Aký najväčší obvod môže mať teraz?
b) Aký najmenší obvod môže mať teraz?

(S. Bodláková)

4. Peťo si kúpil na jarmoku 4 autíčka, biele, zelené, červené a modré. Biele autíčko stálo dvakrát toľko ako červené, zelené trikrát toľko ako biele a za modré zaplatil toľko ako za červené a biele spolu. Pritom červené stálo o 70 Sk menej ako zelené. Koľko Sk stáli jednotlivé autíčka?

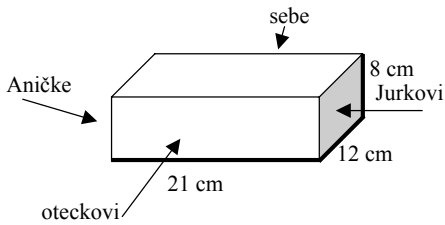
(Š. Ptáčková)

5. Mama stonožka má dve deti a manžela. Každý z nich má sto nôh a každý člen rodiny si berie každý deň čisté ponožky. V sobotu ráno o 6:00 začala mamička stonožka prať špinavé ponožky. Naraz sa jej ich do práčky zmestí 357 a jedna várka sa operie za dve a pol hodiny. Zisti, kedy skončí s praním, ak vieš, že ponožky perie raz za týždeň, uloženie ponožiek do práčky jej trvá 2 minúty a ich vybratie z práčky 3 minúty.

(S. Bednářová)

6. Mamička má v chladničke tehlu syra (obr. 1). Postupne z nej odrezáva 1 cm hrubé plátky na vyprážanie. Najprv odrezala spredu plátok s rozmermi pre otecka, potom odrezala zboku pre Jurka, zozadu pre seba a nakoniec z druhého boku pre Aničku. Napíš, aké rozmery majú jednotlivé plátky. Urči rozmery zvyšku syra.

(M. Dillingerová)

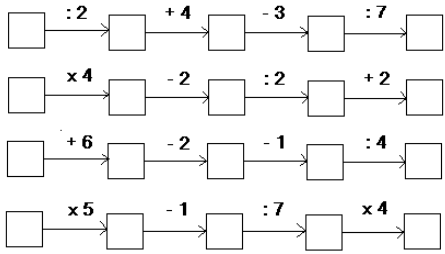


Obr. 1

Kategória Z6

1. Doplňte do prázdnych políčok prirodzené čísla od 1 do 20 (každé číslo môžete použiť len raz) tak, aby platili matematické vzťahy.

(M. Smitková)



2. Snehulienka so siedmimi trpaslíkmi zbierali lieskové oriešky. Snehulienka ich mala toľko ako všetci trpaslíci spolu. Keď sa vracali domov, stretli veveričku Finku. Snehulienka aj každý trpaslík jej dali rovnaký počet orieškov. Doma trpaslíci a Snehulienka vysypali oriešky na kôpky na stole, každý na inú kôpku a Vedko zapísal počty orieškov v kôpkach: 120, 316, 202, 185, 333, 297, 111 a 1672. Koľko orieškov dostala veverička Finka?

(L. Hozová)

3. Keď sme čísla 80 a 139 vydelili tým istým prirodzeným číslom, získali sme zvyšky 8 a 13. Ktorým číslom sme delili?

(M. Volfová)

4. Obvod trojuholníka je 16 cm. Aké môžu byť dĺžky jeho strán, keď sú to prirodzené čísla a súčet dĺžok dvoch strán je o 6 cm väčší ako dĺžka tretej strany?

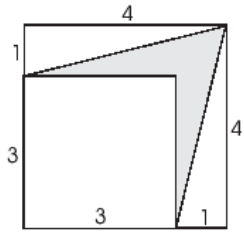
(L. Hozová)

5. Maruška dostala päť rôzne ťažkých koláčov. Priemerná hmotnosť koláča bola 200 gramov. Maruška jeden koláč zjedla a priemerná hmotnosť zvyšných koláčov potom bola 160 gramov. Koľko gramov vážil koláč, ktorý Maruška zjedla?

(B. Šťastná)

6. Určte veľkosť plochy šedého štvoruholníka na obrázku 1, kde všetky rozmery sú udávané v centimetroch.

(P. Tlustý)



Obr. 1

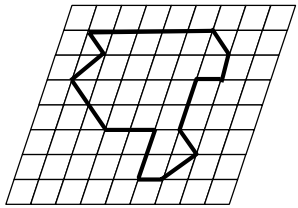
Kategória Z7

1. Pat a Mat upravovali nový asfalt na ceste. Najprv išli s valcom 10 m dopredu, potom 7 m cúvli, opäť prešli 10 m dopredu a 7 m cúvli… Takto pokračovali, až kým po prvý raz nezišli z nového asfaltu.
   a) Koľko metrov najazdil valec na novom 540-metrovom úseku cesty?
   b) Koľkokrát prešli po devätnástom metri nového asfaltu?

(M. Dillingerová)

2. Zistite obsah a veľkosti všetkých vnútorných uhlov mnohouholníka znázorneného v kosoštvorcovej sieti na obrázku 1, ak viete, že priamky siete zvierajú uhol 80 stupňov a jeden malý kosoštvorček má obsah 1 cm^2. (Pozor, obrázok je nepresný, neoplatí sa merať.)

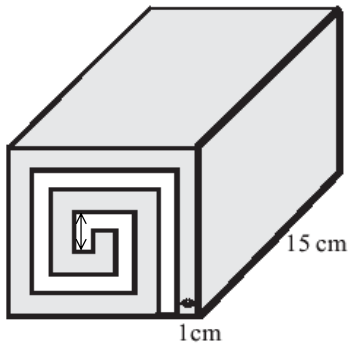
(S. Bednářová)



Obr. 1

3. Na obrázku 2 vidíte špeciálny druh rolády, tzv. KVADRILÁDU. Je vyrobená z bielej a hnedej marcipánovej hmoty, pričom obe hmoty majú rovnakú hrúbku 1 cm. Celá kvadriláda má dĺžku 15 cm. Predáva sa rozkrájaná na 10 rovnakých plátkov, pričom sa krája rovnobežne s prednou stenou. Zistite
   a) rozmery jedného plátku,
   b) koľko gramov hnedej hmoty a koľko gramov bielej hmoty treba na jej prípravu, ak viete, že jeden cm^3 marcipánovej hmoty váži 2 gramy.

   (Neoznačená šípka v obrázku má dĺžku 2 cm.)



Obr. 2

(S. Bednářová)

4. Nájdite všetky päťciferné čísla, ktoré sa škrtnutím prvej a poslednej cifry zmenšia 250-krát.

(L. Šimůnek)

5. Pavol dostal na domácu úlohu vyjadriť desatinným číslom zlomky $\frac{3}{7}$ a $\frac{7}{13}$. Aby urobil pani učiteľke radosť, písal úlohu miesto do zošita na latky školského plota. Najprv vyjadroval $\frac{3}{7}$, teda na prvú latku navrch napísal 0, na druhú desatinnú čiarku, na tretiu 4 atď. Keď skončil, napísal pod tieto čísla vyjadrenie zlomku $\frac{7}{13}$. Na prvú latku dole napísal 0, na druhú desatinnú čiarku, na tretiu 5 atď. Koľko

bolo latiek na plote, ak viete, že číslicu 5 napísal presne 667 krát a že na 668 latkách bola dvojica rovnakých čísel?

(M. Dillingerová, P. Tlustý)

6. V Kocúrkove majú dve zmenárne. V súčasnosti majú takéto kurzy:

1. zmenáreň			**2. zmenáreň**		
mena	nákup	predaj	mena	nákup	predaj
1**euro**	123Kk	132Kk	1**euro**	143Kk	154Kk

Slavo Špakulatý mal niekoľko **eur**. V 2. zmenárni ich zamenil za Kocúrkovské koruny (Kk) a tie potom zamenil v 1. zmenárni späť na **euro**. Takto zarobil jedno **euro**. Koľko **eur** mal na začiatku?

(S. Bednářová)

Kategória Z8

1. Určte všetky dvojciferného čísla, pre ktoré súčin ciferného súčtu a ciferného súčinu je 126.

(M. Raabová)

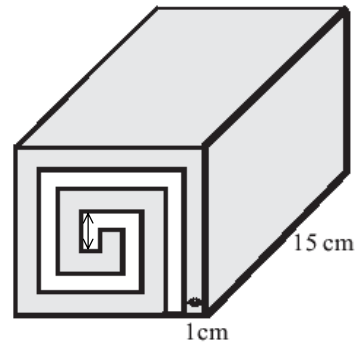
2. Pani Zručná sa uchádzala o miesto vo výrobe vianočných perníkov. Pri pohovore s vedúcim chcela povedať, koľko perníkov ozdobí za koľko minút. Bola nervózna, a preto omylom prehodila počet minút s počtom perníkov. Vedúci podľa jej údajov vypočítal, koľko perníkov by mala pani Zručná stihnúť ozdobiť za päťhodinovú pracovnú dobu, a presne tento počet jej dal za úlohu ozdobiť. Pani Zručnej trvala práca o 2 hodiny a 12 minút dlhšie. Koľko perníkov ozdobila?

(L. Šimůnek)

3. Na obrázku 1 vidíte špeciálny druh rolády, tzv. KVADRILÁDU. Je vyrobená z bielej a hnedej marcipánovej hmoty, pričom obe hmoty majú rovnakú hrúbku 1 cm. Celá kvadriláda má dĺžku 15 cm. Predáva sa rozkrájaná na 10 rovnakých plátkov, pričom sa krája rovnobežne s prednou stenou. Zistite
   a) rozmery jedného plátku,
   b) koľko gramov hnedej hmoty a koľko gramov bielej hmoty treba na jej prípravu, ak viete, že jeden cm^3 marcipánovej hmoty váži 2 gramy.

   (Neoznačená šípka v obrázku má dĺžku 2 cm.)

(S. Bednářová)



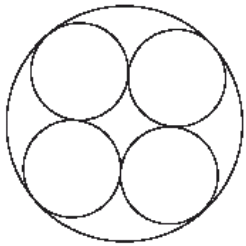
Obr. 1

4. Roman písal na papier za sebou celé čísla tak, že nasledujúce získal z predchádzajúceho striedavo násobením dvoma a odčítaním troch. Napr. postupnosť čísel $1;\ 2;\ -1;-2;-5;\ -10$ vyhovuje jeho pravidlu, ale postupnosť 10; 7; 4; 8; 16; 32 jeho pravidlo nespĺňa. Po chvíli sčítal posledných 5 čísel, ktoré napísal a vyšlo mu 114. Ktorých 5 čísel sčitoval?

(M. Raabová)

5. Určte polomer väčšej kružnice na obrázku 2, ak každá malá kružnica má polomer 1 cm.

(P. Tlustý)



Obr. 2

6. Jakub má tento školský rok priemer všetkých svojich známok 1,85. Za celý školský rok dostal iba štyri pätorky a práve tretina jeho známok boli jednotky. Najmenej koľko známok musel tento školský rok dostať?

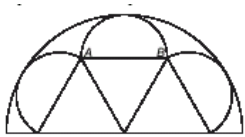
(L. Šimůnek)

Kategória Z9

1. Určte počet trojciferných prirodzených čísel, ktoré majú práve dve rovnaké cifry.

(P. Tlustý)

2. Na obrázku 1 sú tri rovnostranné trojuholníky, jedna veľká polkružnica



Obr. 1

s polomerom 1 dm a tri malé polkružnice. Určte dĺžku úsečky AB.

(P. Tlustý)

3. V súradnicovej sústave sme znázornili body $A[3,2]$, $B[-1,1]$, $C[-2,4]$ a ich obrazy A', B', C' v stredovej súmernosti so stredom v začiatku súradnicovej sústavy. Vypočítajte obsah šesťuholníka $ABCA'B'C'$.

(S. Bednářová)

4. Starý podnikateľ zomrel a zanechal po sebe dva účty, jeden dlh a testament. V testamente sa písalo, že peniaze z prvého účtu si majú rozdeliť 1. a 2. syn v pomere 1:2, peniaze z druhého účtu 1. a 3. syn v pomere 1:3 a dlh majú zaplatiť 2. a 3. syn v pomere 2:3. Zistite, koľko Sk bolo na jednotlivých účtoch a aký dlh museli synovia splatiť, ak viete, že v konečnom dôsledku každý z nich získal 123 456 Sk.

(S. Bednářová)

5. Dva rovnostranné papierové trojuholníky, z ktorých menší má obsah 60 cm^2, sme položili cez seba tak, že ich prienikom bol pravouhlý trojuholník s obsahom 30 cm^2. Aký najmenší obsah mohol mať väčší z rovnostranných trojuholníkov?

(S. Bednářová)

6. Zadanie písomnej práce obsahovalo 26 otázok, ktoré boli rozdelené podľa obťažnosti do troch skupín. V prvej skupine bola správna odpoveď hodnotená tromi bodmi, v druhej piatimi bodmi a v tretej ôsmimi bodmi. Maximálny možný počet získaných bodov bol 111. Koľko otázok mohlo byť v každej skupine?

(L. Šimůnek)

Kategória C

C – I – 1

a) Dokážte, že pre každé prirodzené číslo m je rozdiel $m^6 - m^2$ deliteľný číslom 60.

b) Určte všetky prirodzené čísla m, pre ktoré je rozdiel $m^6 - m^2$ deliteľný číslom 120.

(L. Moravčík)

C – I – 2

Každé dve z kružníc k, l, m majú vonkajší dotyk a všetky tri majú spoločnú dotyčnicu. Polomery kružníc k, l sú 3 cm a 12 cm. Vypočítajte polomer kružnice m. Nájdite všetky riešenia.

(L. Boček)

C – I – 3

Určte počet všetkých trojíc navzájom rôznych trojmiestnych prirodzených čísel, ktorých súčet je deliteľný každým z troch sčitovaných čísel.

(J. Šimša)

C – I – 4

Je dané prirodzené číslo n ($n \geq 2$) a reálne čísla $x_1, x_2, \ldots, x_n$, pre ktoré platí

$$x_1x_2 = x_2x_3 = \ldots = x_{n-1}x_n = x_nx_1 = 1.$$

Dokážte, že $x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 \geq n$.

(J. Švrček)

C – I – 5

V ostrouhlom trojuholníku ABC označme D pätu výšky z vrcholu C a P, Q päty kolmíc vedených bodom D na strany AC a BC. Obsahy trojuholníkov ADP, DCP, DBQ, CDQ označme postupne S_1, S_2, S_3, S_4. Vypočítajte $S_1 : S_3$, ak $S_1 : S_2 = 2 : 3$, $S_3 : S_4 = 3 : 8$.

(P. Novotný)

C – I – 6

Rozhodnite, ktoré z čísel $\sqrt{p+\sqrt{q}}+\sqrt{q+\sqrt{p}}$, $\sqrt{p+\sqrt{p}}+\sqrt{q+\sqrt{q}}$ je väčšie, ak p a q sú rôzne kladné čísla.

(J. Moravčík)

Kategória B

B – I – 1

Určte všetky hodnoty celočíselného parametra a, pre ktoré má rovnica

$$(x + a)(x + 2a) = 3a$$

aspoň jeden celočíselný koreň.

(J. Zhouf)

B – I – 2

V danom trojuholníku ABC označme D ten bod polpriamky CA, pre ktorý platí $|CD| = |CB|$. Ďalej označme postupne E, F stredy úsečiek AD a BC. Dokážte, že $|\angle BAC| = 2|\angle CEF|$ práve vtedy, keď $|AB| = |BC|$.

(P. Leischner)

B – I – 3

Rozhodnite, či nerovnosť

$$a(b+1)+b(c+1)+c(d+1)+d(a+1) \geq \frac{1}{2}(a+1)(b+1)(c+1)(d+1)$$

platí pre ľubovoľné kladné čísla a, b, c, d, ktoré vyhovujú podmienke

a) $ab = cd = 1$,

b) $ac = bd = 1$.

(J. Šimša)

B – I – 4
Každú z hviezdičiek v zápisoch dvanásťmiestnych čísel A = *88 888 888 888, B = *11 111 111 111 nahraďte nejakou číslicou tak, aby výraz $|14A - 13B|$ mal čo najmenšiu hodnotu.

(J. Šimša)

B – I – 5
Kruh so stredom S a polomerom r je rozdelený na štyri časti dvoma tetivami, z ktorých jedna má dĺžku r a druhá má od stredu S vzdialenosť $\frac{r}{2}$. Dokážte, že absolútna hodnota rozdielu obsahov tých dvoch častí, ktoré majú spoločný práve jeden bod a pritom žiadna neobsahuje stred S, sa rovná jednej šestine obsahu kruhu.

(P. Leischner)

B – I – 6
Určte najmenšie prirodzené číslo n s nasledovnou vlastnosťou: Ak zvolíme ľubovoľne n rôznych prirodzených čísel menších ako 2005, sú medzi nimi dve také, že podiel súčtu a rozdielu ich druhých mocnín je väčší než 3.

(J. Zhouf)

Kategória A

A – I – 1
V obore reálnych čísel vyriešte rovnicu

$$\sqrt{2}(\sin t + \cos t) = \operatorname{tg}^3 t + \operatorname{cotg}^3 t .$$

(J. Švrček)

A – I – 2
Nech $ABCD$ je tetivový štvoruholník s navzájom kolmými uhlopriečkami. Označme postupne p, q kolmice z bodov D, C na priamku AB a ďalej X priesečník priamok AC a p a Y priesečník priamok BD a q. Dokážte, že $XYCD$ je kosoštvorec alebo štvorec.

(E. Kováč)

A – I – 3
Postupnosť $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ *nenulových* celých čísel má tú vlastnosť, že pre každé $n \geq 0$ platí $a_{n+1} = a_n - b_n$, kde b_n je číslo, ktoré má rovnaké znamienko ako číslo a_n, ale opačné poradie číslic (zápis čísla b_n môže na rozdiel od zápisu čísla a_n začínať jednou alebo viacerými nulami). Napríklad pre $a_0 = 1\,210$ je $a_1 = 1\,089$, $a_2 = -8712$, $a_3 = -6534$.

a) Dokážte, že postupnosť (a_n) je periodická.
b) Zistite, aké najmenšie prirodzené číslo môže byť a_0.

(T. Jurík)

A – I – 4

Nájdite všetky kubické rovnice $P(x)=0$, ktoré majú aspoň dva rôzne reálne korene, z ktorých jeden je číslo 7, a ktoré pre každé reálne číslo t vyhovujú podmienke: Ak $P(t)=0$, potom $P(t+1)=1$.

(P. Novotný)

A – I – 5

Sú dané úsečky dĺžok *a, b, c, d*. Dokážte, že konvexné štvoruholníky *ABCD* so stranami dĺžok *a, b, c, d* (pri zvyčajnom označení) existujú a pritom uhlopriečky každého z nich zvierajú ten istý uhol práve vtedy, keď platí rovnosť $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$.

(J. Šimša)

A – I – 6

Nájdite všetky usporiadané dvojice (x, y) prirodzených čísel, pre ktoré platí $x^2 + y^2 = 2005 \cdot (x - y)$.

(J. Moravčík)

Korešpondenčná súťaž v školskom roku 2005/2006

Redakcia časopisu MATMIX vyhlasuje aj v tomto školskom roku korešpondenčnú súťaž pre žiakov základných a stredných škôl. Zapojiť sa môžu všetci žiaci spomínaných škôl, ktorí majú záujem o matematiku a sú ochotní venovať pravidelne niekoľko minút vypracovaniu riešení.

V školskom roku 2005/2006 vyjdú 4 čísla časopisu a korešpondenčná súťaž bude mať tri série. Zadania úloh budú uverejnené v číslach 1, 2 a 3, riešenia úloh spolu s výsledkovými listinami v číslach 2, 3 a 4. Výsledky korešpondenčnej súťaže sa budú priebežne zverejňovať na internete na našej www stránke

www.matmix-web.sk.

Žiakom prvého stupňa základných škôl je určená kategória E, ktorej úlohy budú zverejnené v rubrike MINIMIX. Žiakom druhého stupňa základnej školy a žiakom prímy až kvarty osemročných gymnázií je určená kategória Z a sú pre nich určené úlohy č. 1 až 4. Prvákom stredných škôl a žiakom kvinty osemročných gymnázií je určená kategória C. Riešitelia tejto kategórie riešia úlohy 3 až 6. Druhákom stredných škôl a žiakom sexty osemročných gymnázií je určená kategória B s úlohami 5 až 8. Tretiakom a štvrtákom stredných škôl a žiakom septimy a oktávy osemročných gymnázií je určená kategória A s úlohami 7 až 10.

Žiakom, ktorí majú záujem o náročnejšie úlohy, je určená kategória π. Pre túto kategóriu sú v každej sérii určené úlohy 11 až 14.

Vzhľadom na prelínanie sa kategórií A, B, C a Z, ako aj vzhľadom na naše obmedzené možnosti, **môže každý žiak súťažiť len v jednej z týchto kategórií** (môže však navyše súťažiť aj v kategórii π).

Riešenia každej série zasielajte do uvedeného termínu – rozhoduje pečiatka na obálke. Ak pošlete riešenia po tomto termíne, strhneme vám za každý deň omeškania jeden bod (pod 0 bodov však klesnúť nemôžete). Svoje riešenia píšte v slovenskom jazyku. Riešenia zasielajte na adresu:

Metodicko-pedagogické centrum
MATMIX
Tomášikova 4
P. O. BOX 14
820 09 Bratislava 29

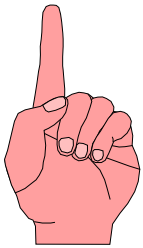
V tomto školskom roku zavádzame na základe vašich žiadostí možnosť dostávať svoje opravené riešenia s komentármi späť domov. Podmienkou je zaslanie troch obálok formátu A5 alebo A4 s vašou adresou domov spolu so známkami v hodnote 36 Sk a označenie vašej voľby v prihláške.

V prípade, že máte nejasnosti v zadaní alebo máte iné otázky, môžete svoje pripomienky adresovať na uvedenú adresu alebo na e-mail *hrinak@mctba.sk*.

Prihlášku do korešpondenčnej súťaže nám pošlite spolu s prvou sériou vašich riešení na osobitnom papieri formátu A6 podľa nasledujúceho vzoru. V prípade, že chcete riešiť aj kategóriu π, zašlite nám prihlášku pre obe kategórie.

Prihláška do korešpondenčnej súťaže časopisu MATMIX

Priezvisko: ……..…..... Meno: …… Kategória: ……..
Škola: …… Trieda: ……
Adresa domov: ……
Mám záujem dostávať späť opravené riešenia s komentármi: áno nie
Telefón: …… E-mail: ……
Meno učiteľa alebo ďalších, ktorí vás vedú v matematike: ……



Súťažiacich upozorňujeme, aby **riešenia písali čitateľne na papiere formátu A4** (tzv. kancelársky papier) a na každé riešenie napísali **hlavičku – svoje meno, číslo úlohy a kategóriu**. V prípade, že sa riešenie jednej úlohy nachádza na viacerých papieroch, zopnite ich spolu alebo na jednotlivé papiere napíšte hlavičku a očíslujte ich. Na jednom papieri nemôžu byť napísané riešenia viacerých úloh. **Hodnotiť budeme len také riešenia, ktoré budú spĺňať tieto kritériá.**

Do súťaže sa môžu žiaci zapojiť aj neskôr (teda v druhej alebo tretej sérii). Podmienkou zaradenia do súťaže je aj v takomto prípade zaslanie

prihlášky spolu s prvými riešeniami, ktoré vypracujú.

Korešpondenčná súťaž je súťažou jednotlivcov, a preto sa do súťaže nemôžu prihlásiť skupiny riešiteľov. V prípade, že nájdete viacero riešení jednej úlohy, stačí, ak nám zašlete jedno. Žiadne ďalšie body za ďalšie riešenia nezískate.

Riešenia súťažných úloh vypracujte sami! V prípade, že zistíme, že nejaká skupina opisovala, **každý** jej člen dostane za danú úlohu 0 bodov, aj keby bolo riešenie správne. Plný počet bodov (5) prislúcha len úplnému riešeniu. Preto treba zdôvodniť všetky tvrdenia, ktoré v riešení použijete. V prípade, že použijete vetu alebo tvrdenie, ktoré nie je všeobecne známe, uveďte aj literatúru, kde sa nachádza jeho dôkaz. Uvedenie iba výsledku nie je postačujúce. Ak niektorá úloha nemá riešenie, treba ukázať, prečo ho nemá.

V prípade, že nie ste spokojní s ohodnotením vášho riešenia, môžete nám poslať reklamáciu s odôvodnením a požadovaným počtom bodov na našu adresu. Vaše riešenie si ešte raz prezrieme a oznámime vám výsledok. Ak máte prístup k elektronickej pošte, používajte ju, prosím, prednostne. Urýchlite tým vybavenie vašej reklamácie.

Veľa zážitkov a krásnych chvíľ pri riešení súťažných úloh vám praje redakčná rada časopisu MATMIX.

Skôr než začnete písať svoje riešenia

Vzhľadom na skúsenosti z minulých rokov sme sa rozhodli uverejniť zopár rád, ktoré vám môžu pomôcť pri písaní vášho riešenia, presnejšie, akých chýb sa máte vyvarovať.

Mnohí z vás používajú pri dokazovaní rovnosti dvoch čísel kalkulačku. Takéto riešenia nikdy nebudú hodnotené ako správne z jednoduchého dôvodu – kalkulačky majú len obmedzenú presnosť, a ak vám vyjde na kalkulačke, že sa dve čísla rovnajú, neznamená to nutne, že sa rovnajú aj v skutočnosti. Možno sa líšia už na prvom nezobrazovanom desatinnom mieste. Kalkulačku teda nemôžete používať na dokazovanie rovností. V prípade dokazovania nerovností ju však už môžete využiť v rozumnej miere – teda pri zisťovaní rozdielov na prvých dvoch – troch desatinných miestach. Napríklad na skonštatovanie, že $\pi^2 < 10$.

K riešeniam pomocou počítača: Je veľa úloh, v ktorých treba vyskúšať veľmi veľa možností, ak človek nenájde šikovnú skratku, ktorá mu počet týchto možností zníži. Preto napríklad riešenie typu „vyskúšame všetky možnosti“ nebude hodnotené ako správne. A to aj v prípade, že by ste v riešení uviedli úvahy o tom, že možností je len konečne veľa a podobne. V prípade, že chcete, aby ste za takéto riešenie získali nenulový počet bodov, musíte všetky možnosti vypísať ručne, aby ste zistili, že to nie je tá správna cesta.

Taktiež si treba uvedomiť, že ak vypíšete niekoľko možností a pri nich dokážete, že tvrdenie platí, nie je to dôkaz tvrdenia vo všeobecnosti.

V prípade, ak máte dokázať nejaké tvrdenie a postupujete spôsobom, že predpokladáte platnosť tohto tvrdenia a dospejete k pravdivému tvrdeniu, tak ste

nedokázali vôbec nič. Uvedieme príklad: Predpokladajme, že $1 = 2$. Vynásobením oboch strán rovnosti nulou dostávame pravdivé tvrdenie $0 = 0$. Môžeme teraz tvrdiť, že sme dokázali platnosť tvrdenia $1 = 2$? Sami vidíte, že sme nič nedokázali... Ak však používame ekvivalentné úpravy, už je to iné. Ale to treba spomenúť.

Pri písaní svojich riešení dávajte pozor aj na označenie, aby bolo jasné, čo čo znamená. Pri nesprávnom označení môžete stratiť body, aj keď je riešenie v princípe správne. Ďalej treba dávať pozor aj na to, aby ste na dvoch rôznych miestach neoznačili jedným označením dve rôzne skutočnosti.

Na záver vám odporúčame, aby ste si svoje riešenia nakoniec vždy ešte raz prečítali. Možno sami zistíte, že tomu, čo ste napísali, nerozumiete ani vy sami, lebo opravovatelia sú tvory, ktoré nemajú telepatické schopnosti.

Martin Hriňák

Zadania úloh 1. série korešpondenčnej súťaže v školskom roku 2005/2006

1. V triede je 30 detí. 15 detí vie francúzsky, 15 detí taliansky, 15 detí anglicky. 10 detí vie francúzsky aj anglicky, 10 detí francúzsky aj taliansky a 10 detí taliansky aj anglicky. 5 detí vie francúzsky, taliansky aj anglicky. Koľko detí neovláda žiadny z týchto troch jazykov?

2. V obchode majú tri druhy malých nanukov po 10 Sk, 2 druhy stredne veľkých nanukov po 15 Sk a 5 druhov veľkých nanukov po 20 Sk. Koľkými spôsobmi môžeme nakúpiť nanuky, ak chceme z každej veľkosti jeden? Koľkými spôsobmi môžeme nakúpiť nanuky, ak za ne minieme 45 Sk?

3. Nájdite štyri čísla, ktorých súčet aj súčin sú nepárne čísla.

4. Janko a Marienka spoločne raňajkujú. Majú na stole jednu bábovku, jeden puding a jeden kompót. Marienka by sama zjedla puding za 15 minút, kompót za 13 minút a bábovku za osem minút. Janko by sám zjedol puding za štyri minúty, kompót za tri minúty a bábovku za dve minúty. Nájdite postup, akým spoločne zjedia všetky tri jedlá za najkratší čas.

5. Umiestnite na šachovnicu 3 dámy a 4 veže tak, aby ohrozovali všetky políčka šachovnice, aj seba navzájom. Dáma ohrozuje všetky políčka v riadku, v stĺpci aj v oboch uhlopriečnych smeroch, veža ohrozuje všetky políčka v riadku aj v stĺpci v ktorom sama stojí.

6. Nájdite číslo, stojace na 2005. mieste v postupnosti: 1, 2, 4, 5, 7, 9, 10, 12, 14, 16, 17, 19, 21, 23, 25, 26, 28, 30, 32, 34, 36, ... (Za jednotkou sú dve párne čísla, potom tri nepárne, štyri párne...)

7. Rovnoramenný lichobežník, ktorý Veronika nakreslila, má tú zvláštnosť, že má tri strany rovnako dlhé a jeho uhlopriečka je rovnako dlhá ako štvrtá strana. Vypočítaj vnútorné uhly Veronikinho lichobežníka.

8. Nájdite všetky prirodzené čísla n, pre ktoré je číslo $n^3 + 3$ deliteľné číslom $n + 3$ bezo zvyšku.

9. Znamienko $\oplus$ znamená operáciu $a \oplus b = ab - 4a - 4b + 16$. Určte číslo x tak, aby $(3 \oplus x) \oplus (3 \oplus x) = 0$.

10. Do kružnice je vpísaný štvorec ABCD. Ľubovoľným bodom M uhlopriečky AC je vedená tetiva KL rovnobežná so stranou AB. Dokážte, že $|KM|^2 + |ML|^2 = |AB|^2$.

11. Zistite, koľko najviac šachových kráľov sa dá umiestniť na šachovnicu 8×8 tak, aby sa žiadni dvaja neohrozovali.

.

12. V parku rastie 10 000 stromov, ktoré sú usporiadané v mriežke 100×100. Koľko z nich môžeme maximálne vyrúbať, aby platilo, že keď sa posadím na ľubovoľný peň, žiadny iný peň zo svojho miesta neuvidím?

13. Dokážte, že rovnica $x^3 - 1996x^2 + rx + 1995 = 0$ má pre každý reálny koeficient r nanajvýš jeden celočíselný koreň.

14. Daný je trojuholník s dĺžkami strán a, b, c a obsahom S. Dokážte, že platí nerovnosť

$$9a^2 + 4b^2 \geq 24S .$$

Termín odoslania riešení úloh 1. série: do 21. 11. 2005



Hranie Mod-Domina na sústredení

M I N I M I X - príloha časopisu MATMIX pre žiakov 1. stupňa ZŠ

Milí naši tretiaci a štvrtáci,

na základe záujmu mladších žiakov o riešenia zaujímavých matematických úloh, o prípravu na druhý stupeň základnej školy, prípadne o prípravu na prijímacie skúšky do prímy osemročného gymnázia, otvárame aj v tomto školskom roku pravidelnú prílohu pre žiakov prvého stupňa ZŠ .

V tomto ročníku našej celoštátnej korešpondenčnej súťaže ponúkneme žiakom prvého stupňa **tri série po troch úlohách, spolu 9 úloh**. Úlohy uverejníme v prvom, druhom a treťom čísle, ich riešenia a poradie riešiteľov aj s menami ich učiteľov budú uverejnené v druhom, treťom a štvrtom čísle. **Za každú správne a úplne vyriešenú úlohu dostane žiak 10 bodov. Za všetky úlohy môže získať maximálne 90 bodov.** Žiaci sa môžu do súťaže zapojiť aj neskôr a nemusia riešiť všetky úlohy. Stačia tie, ktoré sa im páčia a ktoré vedia vyriešiť. Každý účastník súťaže, ktorý získa aspoň **46 bodov**, dostane **diplom** nášho časopisu za úspešné riešenie súťaže. Úlohy, ktoré budú zjavne odpisované od iných spolužiakov, nebudeme hodnotiť. Preto vás, žiakov, prosíme, aby ste neodpisovali.

Pri riešení úloh vám želáme veľa úspechov.

redakcia časopisu MATMIX

Súťažné úlohy 1. kola

1. Dosaďte za písmená číslice tak, aby platil naznačený súčet. Za rôzne písmená dosaďte rôzne číslice, za rovnaké písmená rovnaké číslice.

$$\begin{array}{cccc} & & & M \\ & & M & I \\ & M & I & R \\ \hline M & I & R & O \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

2. Anička si chce kúpiť čokoládu za 14 Sk. K dispozícii má korunové, dvojkorunové a päťkorunové mince. Uveď čo najviac možností, ako môže Anička zaplatiť čokoládu.

3. Boli sme na hubách. V lese mi dala mama košík s niekoľkými hubami. Po chvíli som stretol otca, ktorý mi dal práve toľko húb ako mama. Ja som našiel 8 húb. Nakoniec som stretol svoju sestru, ktorá neniesla žiadne huby, a preto som jej dal polovicu z môjho košíka. Mne ostalo 22 húb. Viete, koľko húb mi dala mama? Svoje tvrdenie zdôvodnite.

Termín odoslania riešení: do 21. 11. 2005

O b s a h

Redakčná pošta ..... 2. strana obálky
Dušan Jedinák: Emmy Noetherová – život pre matematiku 1
Arnold Dávid: Vigenerova šifra a jej realizácia v Exceli..... 2
Monika Ficzová: Sústredenie MATMIXU – Školiace stredisko Budmerice 4
Zadania úloh Matematickej olympiády v školskom roku 2005/2006 6
– Kategória Z4 6
– Kategória Z5 7
– Kategória Z6 8
– Kategória Z7 9
– Kategória Z8 11
– Kategória Z9 12
– Kategória C 13
– Kategória B 14
– Kategória A 15
Korešpondenčná súťaž v školskom roku 2005/2006 16
Martin Hriňák: Skôr než začnete písať svoje riešenia 18
Zadania úloh 1. série korešpondenčnej súťaže v školskom roku 2005/2006 19
MINIMIX – príloha pre žiakov prvého stupňa ZŠ ..... 3. strana obálky

Vyšlo pre vás:
MINIMATIK - malý lexikón matematiky pre základné školy - vyšlo v nakladateľstve EDITOR. Cena 72 Sk. Pre hromadné objednávky zo škôl ostáva 10 Sk za kus pre PK, resp. pre objednávateľa. Objednávky priamo v redakcii Matmixu.

MATMIX – matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl, vydáva **Metodicko-pedagogické centrum** v Bratislave na Tomášikovej ulici s **finančnou podporou OZ EDUKÁCIA** ako pomocnú literatúru pre PK matematiky a pre žiakov so záujmom o matematiku. Ceny pre víťazov sponzoruje **CASIO.**
Šéfredaktor: RNDr. Ľudovít Hrdina, CSc.
Redakcia: PhDr. Katarína Dzúriková, Ing. Mgr. Martin Hriňák, PhDr. Soňa Hronská, Dušan Jedinák, RNDr. Viera Kolbaská, RNDr. Milan Maxian
Tlač a väzba: Eduard Rác
Adresa redakcie: Metodicko-pedagogické centrum, MATMIX, resp. pre 1. stupeň ZŠ MINIMIX, Tomášikova 4, P. O. BOX 14, 820 09 Bratislava 29
Telefóny: 02/ 48-20-94-32, 43-42-22-53, 43-42-57-90 **Fax:** 02/ 43-33-59-46
E-mail: hrdina@mctba.sk, hrinak@mctba.sk
www stránka: www.matmix-web.sk