**Metodicko-pedagogické centrum,** Tomášikova 4, Bratislava

Združenie na podporu vzdelávania
EDUKÁCIA
CASIO

Ročník: 11
Číslo: 2
Šk. rok: 2005/2006

# Matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl




*Počítač možno za inteligentný považovať až vtedy, ak by dokázal človeka presvedčiť, že sám je človekom.*

*A. Turing*

*(Podrobnosti v čísle na s. 1)*

# Redakčná pošta

Sme radi, že sa zúčastňujete našej korešpondenčnej súťaže, ktorá je vhodnou prípravou žiaka či študenta na popasovanie sa s riešeniami rôznych matematických, ale aj nematematických problémov. Pri súťaži totiž získavate skúsenosti ako hľadať metódy riešenia, ako problém riešiť a tiež hľadať informácie, ktoré získavate prostredníctvom kníh či cez počítač.

Do súťaže sa zapojili aj žiaci 1. stupňa ZŠ. Sú to nielen štvrtáci, ale aj tretiaci a jedna druháčka, ktorá aj slovne ohodnotila náročnosť príkladov. Za túto informáciu ďakujeme.

Chceli by sme požiadať riešiteľov, ktorí nám zatiaľ nezaslali prihlášku do súťaže, aby tak urobili čo najskôr (môžete tak urobiť aj prostredníctvom elektronickej pošty).

Na záver máme pre vás ešte jednu čerstvú a hlavne dobrú správu. Práve v deň uzávierky tohto čísla dostalo Metodicko-pedagogické centrum potvrdenie o schválení príspevku z Európskeho sociálneho fondu na organizáciu korešpondenčného seminára MATMIX a aj na iné aktivity s ním súvisiace. V ďalšom čísle sa dozviete viac. Preto sa snažte riešiť príklady čo najlepšie, pretože vás čaká viac cien ako po minulé roky.

Vaša redakcia

# **Alan Turing** – mysliaci stroj kacírskej teórie

## Šifry a šifrovanie

Kultúrne dejiny ľudstva už dlho poznajú rôzne spôsoby utajovania. Šifrované správy rozhodovali o osude štátov i jednotlivcov. Tajné šifry prinášali i odnášali veľké finančné čiastky. Z kryptografie sa stala solídna veda s počítačovým vybavením a matematickým softvérom, v ktorom hrajú dôležitú úlohu aj vlastnosti prvočísiel.

Jedným z vynikajúcich matematikov, ktorý prispel k tvorbe šifrovacieho prístroja AGNES, bol **Alan Mathison Turing** (1912 – 1954), priekopník elektronických samočinných počítačov, algoritmizácie a umelej inteligencie.

## Cesta životom

Mal veľmi vzdelaných rodičov, ktorí sa zosobášili v Indii. Narodil sa 23. júna 1912 v Londýne. Školu navštevoval v Sherborne (od roku 1926). Potom študoval matematiku na univerzite v Cambridge (od roku 1931). Bol kritizovaný za svoj rukopis, zápasil s angličtinou, z chémie si robil vlastné experimenty, mal svoj myšlienkový svet, v ktorom mali svoje miesto aj teória relativity a kvantová mechanika. V roku 1934 promoval, stal sa členom Kráľovského kolégia (1935) a obhajoval dizertačnú prácu na tému Základná limitná veta pravdepodobnosti. V rokoch 1936 – 1938 študoval na univerzite v Princetone (doktorát u A. Churcha). Počas 2. svetovej vojny bol aj dôstojníkom pre dekódovanie. Od roku 1945 pracoval v národnom fyzikálnom laboratóriu. Neskôr (v roku 1948) prešiel na univerzitu do Manchesteru. V roku 1951 sa stal členom Londýnskej kráľovskej spoločnosti. V roku 1952 bol uväznený za násilné protesty proti obmedzeniam britských homosexuálov. Nečakaná smrť prišla 7. júna 1954 vo Wilmslowe. Vyšetrovanie určilo za príčinu smrti samovraždu otrávením sa kyanidom. Jeho matka tvrdila, že to bola nehoda.



## Myšlienky odborných prác

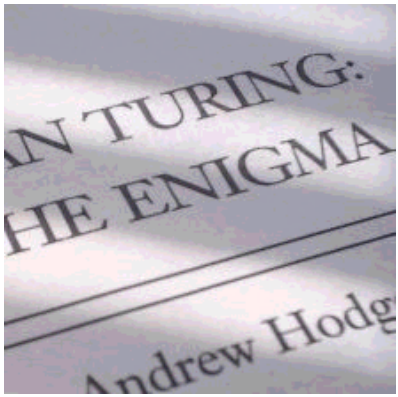
Turing venoval pozornosť matematickej logike a teórii rekurzívnych funkcií. V práci *On Computable Numbers – O vypočítateľných číslach* vypracoval teóriu algoritmov. Súčasne (1936) s E. S. Postom publikoval Turing teóriu abstraktného počítača, v ktorej vysvetlil funkčné procesy počítačového automatu. V roku 1947 zverejnil prácu *Mysliaci stroj – kacírska teória*, v ktorej uvažoval o učiacom sa stroji

a umelej inteligencii. V roku 1950 sa zaoberal biologickými javmi a ich vysvetlením matematickým a algoritmickým popisom.

**Turingov stroj**

Je to zariadenie, ktoré obsahuje hlavicu a pásku. Hlavica je mechanizmus, ktorý v každom okamihu ukazuje na jedno okienko pásky. Stroj má možnosť posunu o jedno okienko doľava a doprava. V okienkach môžu byť zapísané symboly konečnej abecedy. Páska prechádza čítacou hlavicou, ktorá priradí riadiacej jednotke pre každý okamih jeden z možných stavov. Jednotka obsahuje program, ktorý určuje podľa konkrétneho stavu nový stav. Takto bol opísaný model abstraktného programovacieho stroja na spracovanie symbolov.

**Význam diela**




Alan Mathison Turing prispel k riešeniu problémov efektívne vyčísliteľných funkcií, aproximácií Lieovych grúp i teórie Riemannovej dzeta funkcie. Spresnil intuitívny pojem algoritmu a rozvinul metódy riešenia algoritmizovateľných problémov. Podieľal sa na realizácii prvého anglického počítača a jeho programového vybavenia. Predpokladal, že stroje môžu imitovať myšlienkové procesy, generovať odpovede mimo rámca ohraničenej množiny možností, prejaviť umelú inteligenciu. Presvedčil seba aj ostatných, že principiálna možnosť riešenia ľubovolného algoritmizovateľneho problému je technicky reálna.

*Dušan Jedinák*

## Riešenia úloh 1. série korešpondenčnej súťaže

**1.** V triede je 30 detí. 15 detí vie francúzsky, 15 detí taliansky, 15 detí anglicky. 10 detí vie francúzsky aj anglicky, 10 detí francúzsky aj taliansky a 10 detí taliansky aj anglicky. 5 detí vie francúzsky, taliansky aj anglicky. Koľko detí neovláda žiadny z týchto troch jazykov?

**Riešenie:** Keďže 5 detí ovláda všetky tri jazyky (FTA) a po 10 detí ovláda 2 jazyky (AF, FT, TA), tak po 5 detí ovláda práve dva jazyky. Takže máme 5 detí, ktoré ovládajú všetky 3 jazyky, 5 detí, ktoré ovládajú len angličtinu a francúzštinu, 5 detí, ktoré

ovládajú len angličtinu a taliančinu a 5 detí, ktoré ovládajú len francúzštinu a taliančinu. Keďže každý jazyk ovláda 15 detí a už máme 15 detí, ktoré ho ovládajú, tak neexistuje dieťa, ktoré by ovládalo práve jeden jazyk. Ostali už len deti, ktoré neovládajú ani jeden z týchto troch jazykov. Je ich $30-5-5-5-5=10$. Preto 10 detí neovláda ani jeden z uvedených jazykov.

**Komentár a bodovanie:** Úloha sa dala riešiť viacerými spôsobmi – napríklad pomocou Vennových diagramov alebo sústav rovníc. Pri Vennových diagramoch však nestačí len znázorniť situáciu, je potrebné zdôvodniť, že to nemôže byť inak.

**2.** V obchode majú tri druhy malých nanukov po 10 Sk, 2 druhy stredne veľkých nanukov po 15 Sk a 5 druhov veľkých nanukov po 20 Sk. Koľkými spôsobmi môžeme nakúpiť nanuky, ak chceme z každej veľkosti jeden? Koľkými spôsobmi môžeme nakúpiť nanuky, ak za ne minieme 45 Sk?

**Riešenie:** Ak máme kúpiť z každého druhu jeden kus, tak pre výber malých nanukov máme 3 možnosti, pre stredné 2 možnosti a pre veľké nanuky máme 5 možností. Keďže tieto nanuky môžeme ľubovoľne kombinovať, tak máme na základe pravidla súčinu spolu $3\cdot 2\cdot 5=30$ možností.

V prípade, že za nanuky minieme presne 45 Sk, nám pribudnú ešte možnosti, v ktorých vyberieme viac nanukov rovnakej veľkosti. Ak by sme kúpili dva nanuky za 20 Sk, tak by nám ostalo 5 Sk a za tie už nemôžeme kúpiť žiaden nanuk. Preto veľký nanuk môžeme kúpiť maximálne jeden. Ak ho kúpime, tak nám ostalo 25 Sk. Za ne môžeme kúpiť maximálne jeden nanuk za 15 Sk. Ak ho kúpime, tak potom musíme kúpiť 1 malý nanuk. To je práve možnosť, ktorú sme už vypočítali. Ak by sme nekúpili žiaden stredne veľký nanuk, ostalo by nám 25 Sk a za tie môžeme kúpiť len 2 malé nanuky a ostane nám 5 Sk, čo nevyhovuje. Ak nekúpime žiaden veľký nanuk, tak môžeme kúpiť maximálne 3 stredne veľké nanuky. To je jedna z možností. Ak ich kúpime 3, tak máme 4 možnosti – z prvého druhu môžeme kúpiť 0 až 3 kusy a z druhého druhu potom zvyšné. Musíme ich taktiež kúpiť nepárne veľa, pretože inak by nám ostalo aspoň 5 Sk. Preto máme už len jednu možnosť – 1 stredne veľký a 3 malé nanuky. Ak kúpime 1 stredne veľký a 3 malé nanuky, tak pre výber stredne veľkého nanuku máme 2 možnosti. Pre výber 3 malých nanukov máme podľa priehradkového princípu $\binom{3+2}{2}=10$ možností. (Môžeme to zistiť napríklad aj vypísaním všetkých možností.

Celkovo máme teda $30+4+20=54$ možností.

**Komentár a bodovanie:** Najčastejšou chybou pri vypisovaní možností bolo to, že ste zabudli na niektoré možnosti. Nezamýšľali ste sa nad situáciou, čo by sa stalo, ak by

v obchode nemali dostatok nanukov... Ak by mali napríklad z každej veľkosti len jeden kus, tak počet možností by bol nižší.

**3.** Nájdite štyri čísla, ktorých súčet aj súčin sú nepárne čísla.

**Riešenie:** Riešením sú napríklad čísla 2, 2, $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{2}$. Ich súčet sa rovná 5 a súčin 1.

**Komentár a bodovanie:** Častou chybou bolo dokazovanie, že také prirodzené čísla neexistujú. Keďže sa v zadaní nepíše, že by to mali byť prirodzené čísla, tak samozrejme tieto riešenia neboli správne.

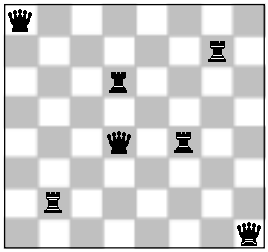
**4.** Janko a Marienka spoločne raňajkujú. Majú na stole jednu bábovku, jeden puding a jeden kompót. Marienka by sama zjedla puding za 15 minút, kompót za 13 minút a bábovku za 8 minút. Janko by sám zjedol puding za 4 minúty, kompót za 3 minúty a bábovku za 2 minúty. Nájdite postup, akým spoločne zjedia všetky tri jedlá za najkratší čas.

**Riešenie:** Ak chceme nájsť najkratší čas, za ktorý zjedia obaja všetky jedlá, tak každý by mal jesť to, čo mu ide najrýchlejšie v porovnaní s druhým. Janko zje kompót $\frac{13}{3}$-krát rýchlejšie, bábovku 4-krát a puding 3,75-krát rýchlejšie ako Marienka. Preto začne jesť kompót. Keď ho zje, tak Marienka bude stále jesť puding. Preto Janko bude pokračovať bábovkou, lebo aj tú zje rýchlejšie v porovnaní s pudingom ako Marienka. Takto za 5 minút zjedia bábovku, kompót a $\frac{5}{15}$ pudingu. Odteraz budú jesť puding spoločne. Za minútu spoločne zjedia $\frac{1}{15}+\frac{1}{4}=\frac{19}{60}$ z bábovky. Ostáva im zjesť ešte dve tretiny pudingu. Bude im to preto trvať $\frac{2}{3}:\frac{19}{60}=\frac{40}{19}$ minút, teda 2 a $\frac{2}{19}$ minúty. Spolu všetko zjedia za 7 a $\frac{2}{19}$ minúty.

**Komentár a bodovanie:** V riešeniach ste najčastejšie strácali body za nedostatočné zdôvodnenie toho, prečo sa bude jesť v uvedenom poradí. Nie je možné riešiť túto úlohu tak, že si vypočítate priemernú rýchlosť jedenia oboch osôb a na jej základe vypočítate čas zjedenia všetkých jedál. Nastáva tu problém s tým, že ak jedna osoba zje konkrétne jedlo, tak druhá osoba ho už jesť nemôže.

**5.** Umiestnite na šachovnicu 3 dámy a 4 veže tak, aby ohrozovali všetky políčka šachovnice, aj seba navzájom. Dáma ohrozuje všetky políčka v riadku, v stĺpci aj v oboch uhlopriečnych smeroch, veža ohrozuje všetky políčka v riadku aj v stĺpci, v ktorom sama stojí.

**Riešenie:** Táto úloha má viacero riešení, jedno z nich je napríklad:



**Komentár a bodovanie:** Nesprávne riešenia spočívali v tom, že buď niektoré figúrky neboli ohrozené, alebo sa vyskytlo políčko, ktoré nebolo ohrozené. Body ste taktiež strácali za to, ak ste nedokázali, že vaše riešenie spĺňa požiadavky zo zadania (maximálne 2 body).

**6.** Nájdite číslo, stojace na 2005. mieste v postupnosti: 1, 2, 4, 5, 7, 9, 10, 12, 14, 16, 17, 19, 21, 23, 25, 26, 28, 30, 32, 34, 36, ... (Za jednotkou sú dve párne čísla, potom tri nepárne, štyri párne, ...)

**Riešenie:** Čísla v tejto postupnosti si rozdelíme do skupín nasledovne: 1. skupinu bude tvoriť číslo 1, druhú čísla 2 a 4, tretiu 5, 7, 9, atď. až $n$-tá skupina bude obsahovať $n$ čísel, ktorých parita bude rovnaká ako parita čísla $n$. Najväčšie číslo v $n$-tej skupine sa bude rovnať $n^2$. Môžeme to dokázať jednoducho matematickou indukciou – pre $n=1$ vidíme, že tvrdenie platí. Predpokladajme, že tvrdenie platí pre nejaké $n$. V $(n+1)$-vej skupine bude nasledujúcich $n+1$ čísel rovnakej parity ako $n+1$, ktoré sú väčšie ako $n^2$. Medzi nimi však bude $n$ čísel, ktoré sú vynechané. Preto najväčšie číslo v $(n+1)$-vej skupine bude

$$n^2+2n+1=(n+1)^2,$$

čo sme chceli dokázať. Preto sa najväčšie číslo v $n$-tej skupine rovná $n^2$. Na základe vyššie uvedeného dostávame taktiež to, že sa $k$-te číslo v $n$-tej skupine rovná

$$(n-1)^2+2k-1,$$

pričom $k \le n$. Preto sú všetky čísla v $n$-tej skupine z množiny

$$\left\{(n-1)^2+1,(n-1)^2+3,\ldots,n^2\right\}.$$

Keďže sa v *k*-tej skupine nachádza *k* čísel, tak posledné číslo ($n^2$) v *n*-tej skupine je na $1+2+3+\ldots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$-tom mieste. Keďže platí

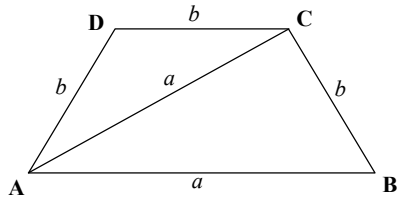
$$\frac{1}{2}\cdot 62\cdot 63=1953<2005<2016=\frac{1}{2}\cdot 63\cdot 64,$$

bude číslo na mieste 2005 v 63. skupine. Bude v nej na mieste $2005-1953=52$. Preto sa bude rovnať $(63-1)^2+2\cdot 52-1=3947$, čo sme chceli nájsť.

**Komentár a bodovanie:** Body ste strácali za to, že ste buď vôbec nedokázali, alebo dokázali nedostatočne vaše tvrdenia. Ak ste len uviedli vyššie uvedené tvrdenia bez dôkazu, mohli ste získať maximálne 3 body.

**7.** Rovnoramenný lichobežník, ktorý Veronika nakreslila, má tú zvláštnosť, že má tri strany rovnako dlhé a jeho uhlopriečka je rovnako dlhá ako štvrtá strana. Vypočítaj vnútorné uhly Veronikinho lichobežníka.

**Riešenie:** Uvažujme označenie ako na obrázku. Označme si uhol pri vrchole *B* ako $\beta$. Keďže *ABCD* je rovnoramenný lichobežník, tak platí aj




$$|\angle BAD|=\beta,$$
$$|\angle ADC|=|\angle BCD|=180°-\beta°.$$

Trojuholník *ABC* je rovnoramenný so základňou *BC*, preto $|\angle ACB|=|\angle ABC|=\beta$. Potom

$$|\angle ACD|=|\angle BCD|-|\angle BCA|=180°-\beta-\beta=180°-2\beta.$$

Trojuholník *ACD* je rovnoramenný so základňou *AC*, preto

$$|\angle DAC|=|\angle DCA|=180°-2\beta.$$

Súčet vnútorných uhlov v trojuholníku *ACD* sa rovná 180°, preto platí:

$$180°=|\angle DAC|+|\angle DCA|+|\angle ADC|=180°-2\beta+180°-2\beta+180°-\beta,$$

odkiaľ po úprave dostávame, že platí

$$\beta=72°.$$

Dopočítaním zvyšných uhlov dostávame, že platí:

$$|\angle DAB|=|\angle ABC|=72°,\ |\angle BCD|=|\angle CDA|=108°.$$

**Komentár a bodovanie:** Úloha bola jednoduchá a nerobila väčšie problémy.

**8.** Nájdite všetky prirodzené čísla $n$, pre ktoré je číslo $n^3 + 3$ deliteľné číslom $n + 3$ bezo zvyšku.

**Riešenie:** Vydelením polynómov v zadaní dostávame, že platí

$$\frac{n^3+3}{n+3} = n^2 - 3n + 9 - \frac{24}{n+3}.$$

Aby bolo číslo na pravej strane celé (teda aby sme delili bezo zvyšku), musí platiť, že $\frac{24}{n+3}$ je celé číslo. Keďže $n$ je prirodzené číslo, tak aj $\frac{24}{n+3}$ bude prirodzené číslo, dokonca vieme povedať, že bude mať hodnotu maximálne 6, pretože $\frac{24}{n+3} \le \frac{24}{4} = 6$. Zároveň vieme aj to, že číslo $\frac{24}{n+3}$ musí byť deliteľom čísla 24. Preto máme pre hodnoty $\frac{24}{n+3}$ len 5 možností: 1, 2, 3, 4, 6. Riešením jednoduchej rovnice nakoniec dostávame 5 možností pre $n$: 21, 9, 5, 3, 1.

**Komentár a bodovanie:** 1 bod ste strácali vtedy, keď ste prehlásili, že číslo $\frac{24}{n+3}$ je celé len pre kladné delitele čísla 24. 1 bod ste taktiež mohli stratiť vtedy, keď ste „overovali“ veľké množstvo možností pre $n$ bez toho, aby ste ich vypísali.

**9.** Znamienko $\oplus$ znamená operáciu $a \oplus b = ab - 4a - 4b + 16$. Určte číslo $x$ tak, aby

$$(3 \oplus x) \oplus (3 \oplus x) = 0.$$

**Riešenie:** Dosadením $a = 3$, $b = x$ do definičného vzťahu dostávame, že platí

$$3 \oplus x = 3x - 12 - 4x + 16 = 4 - x.$$

Keďže platí

$$a \oplus b = (a-4)(b-4),$$

tak pre $a = b = 4 - x$ dostávame, že platí

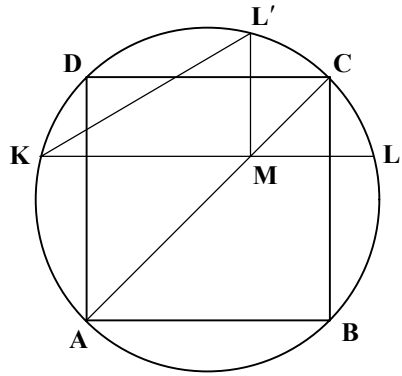
$$0 = (3 \oplus x) \oplus (3 \oplus x) = (4-x) \oplus (4-x) = x^2.$$

Táto rovnica má jediné reálne riešenie $x = 0$, ktorého správnosť môžeme ľahko overiť skúškou.

**Komentár a bodovanie:** Úlohu vyriešili všetci riešitelia správne, riešenia sa líšili len svojou dĺžkou.

**10.** Do kružnice je vpísaný štvorec ABCD. Ľubovoľným bodom M uhlopriečky AC je vedená tetiva KL rovnobežná so stranou AB. Dokážte, že

$$|KM|^2 + |ML|^2 = |AB|^2.$$




**Riešenie:** Uvažujme bod $L'$, ktorý vznikne ako obraz bodu $L$ v osovej súmernosti podľa osi $AC$. Keďže priamka $AC$ je zároveň aj osou súmernosti zadanej kružnice, platí

$$|ML| = |ML'|.$$

Priamka $ML$ zviera s uhlopriečkou $AC$ uhol 45° (pretože $KL$ je rovnobežná s $AB$), preto sa aj uhol priamky $ML'$ s priamkou $AC$ rovná 45°. Na základe toho máme, že priamka $ML'$ je kolmá na priamku ML, a teda trojuholník $KML'$ je pravouhlý s pravým uhlom pri vrchole $M$. V tomto pravouhlom trojuholníku platí Pytagorova veta:

$$|KM|^2 + |ML'|^2 = |KL'|^2.$$

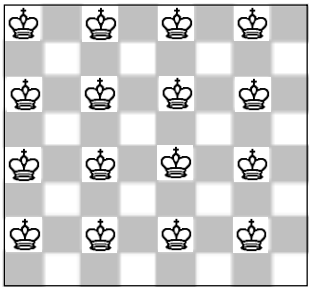
Vzhľadom na to, že $|ML| = |ML'|$, stačí nám dokázať, že $|KL'| = |AB|$. Trojuholník $LML'$ je pravouhlý (ukázali sme už vyššie) a zároveň je aj rovnoramenný, pretože $|ML| = |ML'|$. Preto majú jeho vnútorné uhly pri vrcholoch $L$ a $L'$ veľkosť 45°. Preto aj v trojuholníku $KLL'$ má uhol pri vrchole $L$ veľkosť 45°. Znamená to, že obvodový uhol prislúchajúci úsečke $KL'$ má veľkosť 45°. Avšak aj obvodový uhol prislúchajúci úsečke $AB$ má veľkosť 45° – je to napríklad uhol $ACB$. Keďže tieto dve úsečky majú rovnaké obvodové uhly, majú aj rovnakú veľkosť, čo sme chceli dokázať. Ostáva nám už len konštatovať, že v prípade, že bod $M$ je totožný s niektorým z vrcholov $A$ alebo $C$, je dôkaz tvrdenia triviálny.

**Komentár a bodovanie:** Všetci riešitelia našli správne riešenie. Niektorí z vás riešili túto úlohu aj analyticky – vzhľadom na to, že v zadaní boli útvary v dobrých vzájomných polohách, neboli takéto riešenia príliš dlhé.

**11.** Zistite, koľko najviac šachových kráľov sa dá umiestniť na šachovnicu $8 \times 8$ tak, aby sa žiadni dvaja neohrozovali.

**Riešenie:** Ak uvažujeme malú šachovnicu rozmerov $2 \times 2$, tak na ňu môžeme umiestniť maximálne jedného kráľa, pretože bude ohrozovať všetky ostatné políčka bez ohľadu na to, kam ho umiestnime. Keďže šachovnicu $8 \times 8$ vieme rozdeliť na 16 disjunktných šachovníc $2 \times 2$, počet kráľov, ktorých na ňu vieme umiestniť tak, aby

sa navzájom neohrozovali, je maximálne 16. Také rozostavenie však ľahko nájdeme, a preto sa hľadaný počet kráľov rovná 16.



**Komentár a bodovanie:** Úloha bola jednoduchá a nerobila problémy. Body ste mohli stratiť za nedostatočné zdôvodnenie toho, že kráľov viac byť nemôže.

**12.** V parku rastie 10 000 stromov, ktoré sú usporiadané v mriežke $100 \times 100$. Koľko z nich môžeme maximálne vyrúbať, aby platilo, že keď sa posadím na ľubovoľný peň, žiadny iný peň zo svojho miesta neuvidím?

**Riešenie:** Analogicky ako v úlohe 12 vidíme, že v prípade vyrúbania dvoch stromov v mriežke $2 \times 2$ sa dva pne budú vidieť. Takže maximálny počet vyrúbaných stromov je 2500. Ak stromy vyrúbeme podobne, ako sme rozostavili kráľov v predchádzajúcom prípade, dostaneme 2500 vyrúbaných stromov. Ešte potrebujeme dokázať, že toto rúbanie spĺňa podmienku zo zadania. Zaveďme si preto súradnicovú sústavu do našej mriežky – bod vľavo dole nech má súradnice (0,0), vzdialenosť susedných stromov v mriežke nech je 1 a vyrúbme stromy, ktoré majú párne súradnice. Teraz potrebujeme len dokázať, že na spojnici týchto bodov leží aspoň jeden strom. Uvažujme stred tejto spojnice. Ak je jedna z jeho súradníc nepárna, je to strom a skončili sme. V prípade, že sú obe jeho súradnice párne, máme rovnakú situáciu ako predtým, avšak zmenšila sa nám vodorovná vzdialenosť týchto bodov na polovicu. Keďže táto vzdialenosť je menej ako 10 000, tak po maximálne 14 krokoch dôjdeme k vzdialenosti, ktorá je menšia ako 1, čo je však v spore s tým, že stromy tvoria body s celočíselnými súradnicami. Preto musíme v niektorom kroku dostať bod s aspoň jednou súradnicou nepárnou, a to bude miesto stromu, ktorý nám zacloní výhľad na iný peň (možno takých stromov bude viac, nám stačí nájsť jeden ľubovoľný).

**Komentár a bodovanie:** Na rozmiestnenie stromov prišiel takmer každý. Problémy však boli s korektným odôvodnením toho, že naozaj sa žiadne dva pne nevidia. Často ste zabúdali na to, že stred úsečky môže byť zase pňom. Za túto chybu ste mohli stratiť 1 až 2 body.

**13.** Dokážte, že rovnica $x^3 - 1996x^2 + rx + 1995 = 0$ má pre každý reálny koeficient $r$ nanajvýš jeden celočíselný koreň.

**Riešenie:** Označme si korene tejto rovnice $k$, $l$, $m$ (tieto korene sú vo všeobecnosti komplexné, pričom uvažujeme každý koreň toľkokrát, aká je jeho násobnosť). Potom na základe Viètovych vzťahov platí

$$k + l + m = 1996,$$
$$k \cdot l \cdot m = -1995.$$

Tvrdenie dokážeme sporom. Predpokladajme, že táto rovnica má aspoň dva celočíselné korene. Potom na základe Viètovych vzťahov máme, že aj tretí koreň musí byť celočíselný, pretože sa súčet všetkých troch koreňov rovná 1996. Keďže súčin všetkých troch koreňov je nepárny, musia byť všetky tri korene nepárne. Potom je ale ich súčet taktiež nepárny. To je ale spor s tým, že sa ich súčet rovná 1996. Preto platí dokazované tvrdenie.

**Komentár a bodovanie:** Väčšina riešení bola zložitejšia a zdĺhavejšia, vyskytli sa aj chyby v znamienkach vo Viètovych vzťahoch.

**14.** Daný je trojuholník s dĺžkami strán $a$, $b$, $c$ a obsahom $S$. Dokážte, že platí nerovnosť

$$9a^2 + 4b^2 \geq 24S.$$

**Riešenie:** Použitím AG nerovnosti pre kladné čísla $9a^2$ a $4b^2$ dostávame, že platí

$$\frac{9a^2 + 4b^2}{2} \geq \sqrt{9a^2 \cdot 4b^2} = 6ab.$$

Po úprave dostaneme, že platí

$$9a^2 + 4b^2 \geq 12ab.$$

Obsah trojuholníka si môžeme vypočítať na základe vzorca

$$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma,$$

kde $\gamma$ je uhol zovretý stranami $a$ a $b$. Keďže $0 < \sin\gamma < 1$ pre $0 < \gamma < \pi$, dostávame, že platí

$$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma \leq \frac{1}{2}ab,$$

odkiaľ po prenásobení 2 dostávame tvrdenie

$$ab \geq 2S.$$

Využitím vyššie dokázanej nerovnosti dostávame, že platí

$$9a^2 + 4b^2 \geq 12ab \geq 24S,$$

čo sme chceli dokázať. Rovnosť nastáva práve vtedy, keď $\sin\gamma = 1$, teda keď je trojuholník pravouhlý s preponou $c$.

**Komentár a bodovanie:** Úloha nerobila väčšie problémy. Vyskytlo sa aj jedno netradičné a zaujímavé riešenie, ktoré však nebolo dobre zdôvodnené.

# Výsledky korešpondenčnej súťaže po 1. kole

## Kategória Z

| Por. | Priezvisko a meno | Škola | Trieda | Učiteľ | 1 | 2 | 3 | 4 | Spolu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1.** | Hornyák Zsolt | G s VJM Nové Zámky | Kvarta C | Hornyák | 5 | 5 | 5 | 4 | **19** |
| **2.** | Marák Karoly | G s VJM Nové Zámky | Kvarta C | Hornyák | 4 | 5 | 5 | 4 | **18** |
| **3.** | Lopata Ján | ZŠ Svit | 8. B | Božová | 5 | 4 | 5 | 3 | **17** |
| **4.** | Ľupták Filip | IV. ZŠ Detva, J. J. Thurzu | 6. A | Sadovská | 4 | 4 | | 1 | **9** |
| **5.** | Dolný Martin | ZŠ Bratislava | 8. A | | 5 | 1 | 0 | 2 | **8** |
| | Melicharová Jana | ZŠ Bratislava | 8. A | | 5 | 1 | 0 | 2 | **8** |
| | Novotný Juraj | Košice | | | 5 | 1 | 0 | 2 | **8** |
| | Novotný Peter | Košice | | | 5 | 1 | 0 | 2 | **8** |
| | Stankovič Ján | ZŠ Bratislava | 8. A | | 5 | 1 | 0 | 2 | **8** |
| **10.** | Hudáková Jolana | ZŠ Bratislava | 8. A | | 5 | 0 | 0 | 2 | **7** |
| **11.** | Starcová Zuzana | Žilina | | | 5 | 0 | 1 | 0 | **6** |
| | Takáč Martin | ZŠ Bratislava | 8. B | | | 3 | 0 | 3 | **6** |
| | Varga Peter | ZŠ Bratislava | 8. A | | 5 | 1 | 0 | 0 | **6** |
| | Vargová Andrea | ZŠ Bratislava | 8. A | | 4 | 2 | 0 | 0 | **6** |
| **15.** | Perner Stanislav | ZŠ Bratislava | 8. B | | 0 | 0 | 0 | 0 | **0** |

## Kategória C

| Por. | Priezvisko a meno | Škola | Trieda | Učiteľ | 3 | 4 | 5 | 6 | Spolu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1.** | Flimmel Samuel | G Púchov | Kvinta | Jančiová | 5 | 4 | 4 | 2 | **15** |
| | Hujer Peter | G Nitra, Párovská | Kvinta | Bíro | 1 | 5 | 5 | 4 | **15** |
| | Melchertová Anna | G Nitra, Párovská | Kvinta | Bíro | 1 | 5 | 5 | 4 | **15** |
| | Pažický Denis | G Nitra, Párovská | Kvinta | Bíro | 1 | 5 | 5 | 4 | **15** |
| | Vargová Natália | G Nitra, Párovská | Kvinta | Bíro | 1 | 5 | 5 | 4 | **15** |
| **6.** | Žársky Mário | G Púchov | Kvinta | Jančiová | 1 | 5 | 5 | 3 | **14** |
| **7.** | Herencsár Albert | G s VJM Z. Kodálya, Galanta | 5. G | Gešková | 1 | 5 | 0 | 5 | **11** |
| **8.** | Proksa Ondrej | G Nitra, Párovská | Kvinta | Bíro | 1 | 3 | 2 | 3 | **9** |
| **9.** | Suchetková Mária | G s VJM Šahy | 1 | Gajdácsová | 1 | 1 | 5 | 1 | **8** |
| **10.** | Slabý Zdenko | Žilina | | | 5 | 0 | 1 | 0 | **6** |
| **11.** | Králik Michal | Bratislava | | | 5 | | | | **5** |
| **12.** | Bakošová Zuzana | Bratislava | | | 0 | | | 3 | **3** |
| | Konečný Milan | Košice | | | 0 | | 3 | | **3** |
| | Studený Alfonz | Košice | | | 0 | | 3 | | **3** |
| **15.** | Struhár Ján | Poprad | | | 0 | | 2 | | **2** |

## Kategória B

| Por. | Priezvisko a meno | Škola | Trieda | Učiteľ | 5 | 6 | 7 | 8 | Spolu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1.** | Juríková Katarína | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 2. F | Oravcová | 5 | 5 | 5 | 5 | **20** |
| **2.** | Boža Vladimír | G Poprad, D. Tatarku | 2. C | | 5 | 4 | 5 | 5 | **19** |
| | Kucbel Maroš | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 2. F | Oravcová | 5 | 4 | 5 | 5 | **19** |
| | Perešíni Ondrej | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 2. F | Oravcová | 5 | 5 | 5 | 4 | **19** |
| | Živčáková Andrea | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 2. F | Oravcová | 5 | 4 | 5 | 5 | **19** |
| **6.** | Kobza Vladimír | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 2. F | Oravcová | 5 | 4 | 5 | 4 | **18** |
| | Šiagi Miroslav | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 2. F | Oravcová | 5 | 5 | 5 | 3 | **18** |
| | Vrbovská Mária | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 2. F | Oravcová | 5 | 4 | 5 | 4 | **18** |
| **9.** | Kolesíková Mária | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 2. F | Oravcová | 5 | 3 | 5 | | **13** |
| **10.** | Pagáč Martin | G Púchov | Sexta | Tanečková | 3 | 2 | 5 | 2 | **12** |
| | Zubnárová Katarína | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 2. F | Oravcová | 3 | | 5 | 4 | **12** |
| **12.** | Dobrotka Tomáš | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 2. F | Oravcová | 3 | 3 | 5 | | **11** |
| **13.** | Alberty Roman | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 2. F | Oravcová | 4 | | 5 | | **9** |
| **14.** | Blesák Viktor | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 2. F | Oravcová | | | 5 | | **5** |

## Kategória A

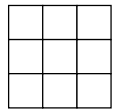
| Por. | Priezvisko a meno | Škola | Trieda | Učiteľ | 7 | 8 | 9 | 10 | Spolu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1.** | Blicha Martin | OG Košice, Alejová 1 | Septima B | Vavrinčíková | 5 | 5 | 5 | 5 | **20** |
| | Derňár Marek | OG Košice, Alejová 1 | Septima B | Vavrinčíková | 5 | 5 | 5 | 5 | **20** |
| | Knebl Jaroslav | G A. Bernoláka, Námestovo | Oktáva B | Kompanová | 5 | 5 | 5 | 5 | **20** |
| | Perešíni Peter | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 4. F | Oravcová | 5 | 5 | 5 | 5 | **20** |
| | Škrovinová Katarína | G Nitra, Párovská | Oktáva | Teplička | 5 | 5 | 5 | 5 | **20** |
| | Takács Michal | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 4. F | Oravcová | 5 | 5 | 5 | 5 | **20** |
| | Veselovská Lenka | G M. M. Hodžu, Liptovský Mikuláš | Oktáva | Žiaková | 5 | 5 | 5 | 5 | **20** |
| **8.** | Holecyová Mária | G Nitra, Párovská | Septima | Teplička | 5 | 5 | 5 | 4 | **19** |
| **9.** | Bertová Slávka | OG Košice, Alejová 1 | Oktáva B | Krajčiová | 5 | 5 | 5 | | **15** |
| **10.** | Ľuptáková Paula | G J. G. Tajovského, Banská Bystrica | 4. F | Oravcová | 5 | 4 | 5 | | **14** |
| **11.** | Ficzová Monika | OA Šurany | 3. A | Lauro | 5 | 3 | 5 | | **13** |
| **12.** | Blštáková Dominika | G Hlohovec | 3. B | Vavrová | 5 | | 5 | | **10** |
| | Vranovský Michal | Nitra | | | 5 | | 5 | | **10** |
| **14.** | Minárová Silvia | G Hlohovec | 3. B | Vavrová | 2 | | 5 | | **7** |

## Kategória π

| Por. | Priezvisko a meno | Škola | Trieda | Učiteľ | 11 | 12 | 13 | 14 | Spolu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1.** | Škrovinová Katarína | G Nitra, Párovská | Oktáva | Teplička | 5 | 5 | 5 | 5 | **20** |
| **2.** | Derňár Marek | OG Košice, Alejová 1 | Septima B | Vavrinčíková | 5 | 4 | 5 | 5 | **19** |
| | Perešíni Peter | G J. G. Tajovského, B. Bystrica | 4. F | Oravcová | 5 | 4 | 5 | 5 | **19** |
| **4.** | Blicha Martin | OG Košice, Alejová 1 | Septima B | Vavrinčíková | 5 | 4 | 4 | 5 | **18** |
| | Boža Vladimír | G Poprad, D. Tatarku | 2. C | | 5 | 3 | 5 | 5 | **18** |
| | Takács Michal | G J. G. Tajovského, B. Bystrica | 4. F | Oravcová | 5 | 4 | 4 | 5 | **18** |
| **7.** | Knebl Jaroslav | G A. Bernoláka, Námestovo | Oktáva B | Kompanová | 5 | 4 | 5 | 3 | **17** |
| **8.** | Ficzová Monika | OA Šurany | 3. A | Lauro | 3 | 0 | 0 | 0 | **3** |
| **9.** | Proksa Ondrej | G Nitra, Párovská | Kvinta | Bíro | | 2 | | | **2** |

# Zadania úloh 2. série korešpondenčnej súťaže v školskom roku 2005/2006

**1.** Doplňte do tabuľky $3 \times 3$ navzájom rôzne prirodzené čísla tak, aby sa súčet čísel v každom riadku, stĺpci aj uhlopriečke rovnal 47.



**2.** Dvaja zo šiestich chlapcov ukradli jablká. Na otázku, kto to bol, dali takéto odpovede:

Harry: „Boli to Charlie a Georgie.“
James: „Boli to Donald a Tom.“
Donald: „Boli to Tom a Charlie.“
Charlie: „Boli to Donald a James.“
George: „Boli to Harry a Charlie.“

Tom odmietol vypovedať. Štyria uviedli jedného páchateľa správne, druhého zle, piaty udal oboch zle. Kto kradol?

**3.** Každý z bodov kocky s hranou dĺžky *a* ofarbíme práve jednou z troch farieb. Dokážte, že potom medzi týmito bodmi existujú dva rovnakej farby, ktorých vzdialenosť je väčšia ako $\frac{7}{5}a$.

**4.** Koľkými spôsobmi možno z úplného súboru domina (28 hracích kameňov) vybrať dva tak, aby sme ich mohli priložiť k sebe?

**5.** Nájdite geometrické miesto všetkých bodov vnútri štvorca, z ktorých vidno tri jeho strany pod ostrým zorným uhlom. Aký je obsah útvaru, ktorý vytvárajú?

**6.** Zistite, pre ktoré prirodzené čísla *n* možno rozdeliť množinu {1, 2, ..., *n*} na dve skupiny tak, aby v prvej skupine bolo trikrát viac čísel ako v druhej, a aby súčty čísel v oboch skupinách boli rovnaké.

**7.** Číslo tvaru $\frac{k(k+1)}{2}$, kde $k \in \mathbf{N}$, nazývame trojuholníkovým číslom. Nech $n \in \mathbf{N}$. Dokážte, že číslo $n!+1$ je druhou mocninou prirodzeného čísla práve vtedy, keď $\frac{n!}{8}$ je trojuholníkovým číslom.

**8.** Daný je konvexný štvoruholník *ABCD* s obsahom 100 cm$^2$. Označme stredy strán *AB*, *BC*, *CD*, *DA* po rade *E*, *F*, *G*, *H*. Vypočítajte súčet obsahov trojuholníkov *ABF*, *BCG*, *CDH* a *ADE*.

**9.** Aký najväčší počet bodov možno umiestniť na úsečke jednotkovej dĺžky tak, aby ľubovoľná úsečka dĺžky *d* obsahovala najviac $1+10d^2$ zo zvolených bodov?

**10.** Rozhodnite, či existujú funkcie *f* a *g* definované na celej množine reálnych čísel **R** tak, aby platilo $f(x)\cdot g(y)=2x+3y+1$ pre každé $x,y\in\mathbf{R}$.

**11.** Dokážte, že platí: $323 \mid \left(20^{2004}+16^{2004}-3^{2004}-1\right)$.

**12.** Označme *R* najväčšie také číslo, že do každého konvexného mnohouholníka s obsahom *S* a obvodom *o* možno vpísať kruh s polomerom *R*. Nájdite hodnotu *R* alebo dokážte, že také číslo neexistuje.

**13.** Nech $f(x)=ax^2+bx+c$, $x\in\mathbf{R}$, pričom koeficienty $a,b,c\in\mathbf{R}$ sú také, že rovnica $f(x)=x$ nemá reálne korene. Dokážte, že potom ani rovnica $f(f(x))=x$ nemá reálne korene.

**14.** Nech $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú postupnosti prirodzených čísel. Dokážte, že existujú navzájom rôzne indexy *p* a *q*, pre ktoré súčasne platia nasledujúce nerovnosti:

$$a_p \geq a_q,\quad b_p \geq b_q,\quad c_p \geq c_q.$$

**Termín odoslania riešení úloh 2. série: do 20. 2. 2006**

## MINIMIX – Riešenia úloh 1. kola

**1.** Dosaďte za písmená číslice tak, aby platil naznačený súčet. Za rôzne písmená dosaďte rôzne číslice, za rovnaké písmená rovnaké číslice:

$$\begin{array}{cccc} & & & M \\ & & M & I \\ & M & I & R \\ \underline{M} & \underline{I} & \underline{R} & \underline{O} \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

**Riešenie.** Vyskúšajme najprv číslo M = 4. V stĺpci stoviek by sa potom súčet 4 + I rovnal číslu 13, čo nemôže byť, pretože vo výsledku na mieste tisícok by už nebolo číslo 4, ale 5. Preto za M dáme číslo 3. Vyskúšajme, aké môže byť číslo I. Zvoľme číslo 9. V stĺpci desiatok je potom súčet čísel 12 a v súčte stoviek M + I + 1 = 3 + 9 + 1 = 13, čo je správne. Ale pri súčte čísel je na mieste desiatok M + I = 9 + 3 = 12 a to znamená, že R = 0. V tomto prípade by súčet čísel v stĺpci jednotiek nemohol byť väčší ako 10, čo však nie je možné. Preto zvoľme za I číslo 8. Ľahko už potom určíme, že R = 9 a O = 1. Tým sme našli jedno možné riešenie, ktoré nám postačuje, pretože v zadaní sa nepožadovalo nájsť všetky riešenia. Väčšina súťažiacich však riešila príklad formou „pokus – omyl“, a tak prišla k správnemu výsledku:

$$\begin{array}{cccc} & & & 3 \\ & & 3 & 8 \\ & 3 & 8 & 9 \\ \underline{3} & \underline{8} & \underline{9} & \underline{1} \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

**2.** Anička kúpila čokoládu za 14 Sk. K dispozícii mala korunové, dvojkorunové a päťkorunové mince. Koľkými spôsobmi to mohla Anička urobiť?

**Riešenie.** Keďže platila 14 Sk, mohla použiť maximálne dve päťkorunové mince. Jednotlivé možnosti napíšeme do tabuľky:

| Počet mincí 5 Sk | Počet mincí 2 Sk | Počet mincí 1 Sk |
|---|---|---|
| 2 | 2 | - |
| 2 | 1 | 2 |
| 2 | 0 | 4 |
| 1 | 4 | 1 |
| 1 | 3 | 3 |
| 1 | 2 | 5 |
| 1 | 1 | 7 |
| 1 | 0 | 9 |

| Počet mincí 5 Sk | Počet mincí 2 Sk | Počet mincí 1 Sk |
|---|---|---|
| - | 7 | - |
| - | 6 | 2 |
| - | 5 | 4 |
| - | 4 | 6 |
| - | 3 | 8 |
| - | 2 | 10 |
| - | 1 | 12 |
| - | - | 14 |

Anička mohla zaplatiť mincami 16 spôsobmi.

**3.** Boli sme na hubách. V lese mi dala mama košík s niekoľkými hubami. Po chvíli som stretol otca, ktorý mi dal práve toľko húb ako mama. Ja som našiel 8 húb. Nakoniec som stretol svoju sestru, ktorá neniesla žiadne huby, a preto som jej dal polovicu z môjho košíka. Mne ostalo 22 húb. Viete, koľko húb mi dala mama? Svoje tvrdenie zdôvodnite.

**Riešenie.** Ostalo mi 22 húb. Sestre som dal také isté množstvo, teda 22 húb. Spolu som mal 44 húb. Ja som našiel 8 húb. Tak ešte predtým som mal 44 – 8 = 36 húb, ktoré mi dali v rovnakom počte otec a mama. Mama mi preto dala 18 húb.

## MINIMIX – Súťažné úlohy 2. kola

**4.** Máme dve sviečky, ktoré horia rovnomerne. Prvá, tenšia a dlhšia, zhorí za 3 hodiny. Druhá, hrubšia a kratšia, zhorí za 4 hodiny. Ak ich súčasne zapálime, po dvoch hodinách majú obe sviečky dĺžku 10 cm. Akú mali pôvodnú dĺžku?

**5.** Obrázok znázorňuje teleso, na ktoré sa pozeráme zhora. Číslo v štvorčeku znamená počet kociek položených na sebe. Nakresli pohľad spredu. Vypočítaj povrch daného telesa, ak hrana danej kocky je 5 cm.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 1 | 2 |

**6.** Martina zaplatila za 6 minerálnych vôd aj s fľašami 84 Sk. Keď vrátila 6 prázdnych fliaš a kúpila 4 tie isté minerálky, platila 32 Sk. Koľko korún je záloha za jednu fľašu?

**Termín odoslania riešených úloh je do 20. 2. 2006.**

## MINIMIX – Výsledky po 1. kole

| Por. | Meno | Učiteľ | Základná škola | Tr. | 1. | 2. | 3. | Spolu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Michal Benej | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.B | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | René Michal Cehlár | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.A | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Patrícia Čigášová | K. Kiačková | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4.T | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Milan Ďurjančík | I. Macáková | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4.U | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Milan Gašparík | K.Kunová | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4.U | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Florián Hatala | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.B | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Jakub Hromada | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.B | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Oliver Koreň | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.A | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Zuzana Krajčovičová | | Mierová 134, 059 21 Svit | 4.A | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Zuzanka Králiková | | Bruselská ul., 040 13 Košice | 2.C | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Jakub Marták | I. Urcikánová | Benkova 34, 949 01 Nitra | 3.U | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Miroslav Novák | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.B | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Janka Ondrejčáková | I. Macáková | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4.U | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Martina Pivarníková | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.A | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Denis Rozložník | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.A | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Sophia Sommerová | K. Kiačková | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4.T | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Roman Staňo | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.B | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Peter Vook | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.B | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Martin Vrabec | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.A | 10 | 10 | 10 | 30 |
| | Alexandra Žilková | | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4.U | 10 | 10 | 10 | 30 |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **21.** | Jakub Ács | K. Kiačková | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4. T | 10 | 9 | 10 | 29 |
| | Štefan Masič | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.A | 10 | 9 | 10 | 29 |
| | Adam Múdry | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.B | 10 | 9 | 10 | 29 |
| **24.** | Dominik Benko | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.B | 10 | 8 | 10 | 28 |
| | Dušan Buček | K. Kunová | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4.U | 10 | 8 | 10 | 28 |
| | Majo Ivančík | K. Kiačková | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4.U | 10 | 8 | 10 | 28 |
| **27.** | Jakub Gubáň | K. Kiačková | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4.T | 10 | 9 | 8 | 27 |
| | Saška Šabová | I. Urcikánová | Benkova 34, 949 01 Nitra | 3.U | 10 | 7 | 10 | 27 |
| | Petra Tocíková | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.B | 10 | 7 | 10 | 27 |
| **30.** | Michal Bali | K. Kiačková | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4.T | 10 | 5 | 10 | 25 |
| | Xénia Baranová | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.B | 10 | 5 | 10 | 25 |
| | Laura Fabianová | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.A | 10 | 5 | 10 | 25 |
| | Matúš Greguš | K. Kiačková | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4.T | 10 | 5 | 10 | 25 |
| | Adam Orhalmi | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.A | 10 | 5 | 10 | 25 |
| **35.** | Samuel Alezár | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.A | 10 | 4 | 10 | 24 |
| | Arek Antonewicz | K. Kiačková | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4.T | 10 | 6 | 8 | 24 |
| | Marinka Kapasná | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.B | 10 | 4 | 10 | 24 |
| | Mária Lukáčová | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.B | 10 | 5 | 9 | 24 |
| | Soňa Vargová | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.B | 10 | 4 | 10 | 24 |
| | Terézia Volavková | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.A | 10 | 4 | 10 | 24 |
| **41.** | Faustína Ciprusová | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.A | 10 | 3 | 10 | 23 |
| | Mário Igáz | K. Kiačková | Benkova 34, 949 01 Nitra | 4.T | 10 | 9 | 4 | 23 |
| | Niki Stripaj | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.A | 10 | 4 | 6 | 23 |
| **44.** | Daniel Hajduk | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.B | 10 | 10 | 2 | 22 |
| | Cyril Pavlovič | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.B | 10 | 2 | 20 | 22 |
| | Deniska Stročeková | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.B | 10 | 2 | 10 | 22 |
| **47.** | Mário Bujňák | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.B | 10 | 1 | 10 | 21 |
| | Monika Kunayová | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.B | 10 | 1 | 10 | 21 |
| | Tara Stefanyi | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.B | 10 | 1 | 10 | 21 |
| | Šimon Tavačko | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.A | 10 | 1 | 10 | 21 |
| **51.** | Jakub Cimbala | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.A | - | 10 | 10 | 20 |
| | Viktória Žilková | | Benkova 34, 949 01 Nitra | - | - | 10 | 10 | 20 |
| **53.** | Katarína Burdová | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.A | - | 9 | 10 | 19 |
| | Daniel Rozický | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.A | 0 | 9 | 10 | 19 |
| | Sarah Shahpesandy | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.B | - | 9 | 10 | 19 |
| **56.** | Katka Krajčiová | | Jenisejská 22, Košice | 3.B | 0 | 8 | 10 | 18 |
| **57.** | Petra Eškutová | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.B | - | 7 | 10 | 17 |
| **58.** | Jakub Kupčík | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.B | - | 8 | 9 | 17 |
| | Michal Greššák | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.A | 0 | 6 | 10 | 16 |
| **60.** | Robert Selvek | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.A | 10 | 5 | 0 | 15 |
| **61.** | Rastislav Zdechovan | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.A | 10 | 0 | 4 | 14 |
| **62.** | Riško Černík | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.B | 0 | 2 | 10 | 12 |
| | Adam Kollár | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.A | 0 | 2 | 10 | 12 |
| **64.** | Tomáš Petty | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.B | 0 | 1 | 10 | 11 |
| **65.** | Tomáš Daneshjo | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.A | - | - | 10 | 10 |
| **66.** | Jakub Krajňák | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.B | 0 | 5 | 1 | 6 |
| **67.** | Dušan Zis | V. Ferenčíková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 4.A | 0 | 2 | 3 | 5 |
| **68.** | Jakub Lokša | D. Vajková | Krosnianska 4, 040 22 Košice | 3.A | 0 | 1 | 1 | 2 |

# O b s a h

Redakčná pošta ..... 2. strana obálky
Dušan Jedinák: Alan Turing – mysliaci stroj kacírskej teórie ..... 1
Riešenia úloh 1. série korešpondenčnej súťaže..... 2
Výsledkové listiny po 1. sérii – kategória Z ..... 11
Výsledkové listiny po 1. sérii – kategória C ..... 11
Výsledkové listiny po 1. sérii – kategória B ..... 12
Výsledkové listiny po 1. sérii – kategória A ..... 12
Výsledkové listiny po 1. sérii – kategória $\pi$ ..... 12
Zadania úloh 2. série korešpondenčnej súťaže ..... 13
MINIMIX – Riešenia úloh 1. kola ..... 14
MINIMIX – Súťažné úlohy 2. kola ..... 16
MINIMIX – Výsledky po 1. kole ..... 16

**Vyšlo pre vás:**
**MINIMATIK – malý lexikón matematiky pre základné školy – vyšlo v nakladateľstve EDITOR. Cena 72 Sk.** Pre hromadné objednávky zo škôl ostáva 10 Sk za kus pre PK, resp. pre objednávateľa. Objednávky priamo v redakcii Matmixu.

---

**MATMIX – matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl,** vydáva **Metodicko-pedagogické centrum** v Bratislave na Tomášikovej ulici s **finančnou podporou OZ EDUKÁCIA** ako pomocnú literatúru pre PK matematiky a pre žiakov so záujmom o matematiku.
**Šéfredaktor:** RNDr. Ľudovít Hrdina, CSc.
**Redakcia:** PhDr. Katarína Dzúriková, Ing. Mgr. Martin Hriňák, PhDr. Soňa Hronská
**Tlač a väzba:** Eduard Rác
**Vydavateľ:** Metodicko-pedagogické centrum, Tomášikova 4, P. O. BOX 14, 820 09 Bratislava 29
**Adresa redakcie:** Metodicko-pedagogické centrum, MATMIX, resp. pre 1. stupeň ZŠ MINIMIX, Tomášikova 4, P. O. BOX 14, 820 09 Bratislava 29
**Telefóny:** 02/ 48 20 94 32, 43 42 22 53, 43 42 57 90 **Fax:** 02/ 43 33 59 46
**E-mail:** hrdina@mctba.sk, hrinak@mctba.sk
**www stránka:** www.matmix-web.sk
**Registračné číslo MK SR:** 3449/2005
**ISSN:** 1336-7854
**Náklad:** 100 ks
Cena 1 čísla 15 Sk, vychádza 4-krát ročne.

