Metodicko-pedagogické centrum, Tomášikova 4, Bratislava

Európsky sociálny fond

Projekt je spolufinancovaný Európskou úniou.

Ročník: 11
Číslo: 3
Šk. rok: 2005/2006

Matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl



Každá reč má význam... Každá reč nie je vždy súdom, ale iba tá,
V ktorej je skutočná pravda alebo nepravda.

Aristoteles

(Podrobnosti v čísle na s. 1)

Redakčná pošta

Každoročne uskutočňujú stredné odborné učilištia a stredné odborné školy súťaž Praktická matematika. Kým pre školské kolo sme zvolili úlohy jednoduchšie, v regionálnom kole boli úlohy náročnejšie, pretože ide o výberovú súťaž. Súťaže sa zúčastnili iba žiaci Bratislavského, Nitrianskeho, Trenčianskeho a Trnavského samosprávneho kraja. Už po piatykrát regionálne kolo matematickej súťaže prebehlo v aule A. Stodolu Strojníckej fakulty STU, ktorej touto cestou chceme čo najúprimnejšie poďakovať. Predpokladáme, že niektorí z takmer tristo účastníkov týchto krajov budú o dva či tri roky poslucháčmi tejto fakulty. Texty úloh matematickej súťaže aj s ich riešeniami, ako aj výsledky regionálneho kola, sú uverejnené v časopise aj na www stránke nášho časopisu (www.matmix-web.sk). Celoštátne kolo súťaže Praktická matematika bude 25. 4. 2006 v Bratislave. Toto číslo obdržia všetky školy, ktorých žiaci sa zúčastnili regionálneho kola súťaže Praktická matematika.

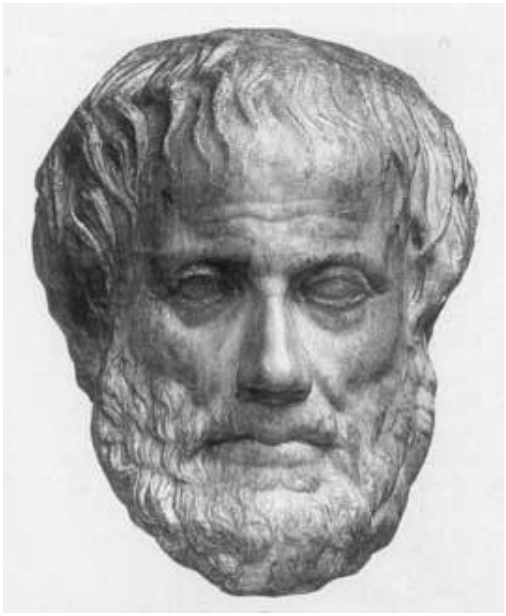
Tešíme sa, že sa aj takmer 70 žiakov 1. stupňa ZŠ zúčastňuje súťaže Minimix. Zúčastňujú sa jej nielen štvrtáci, ale aj tretiaci a dokonca aj jedna druháčka, ktorá zatiaľ získala plný počet bodov.

Máme pre vás ešte jednu dobrú správu – Metodicko-pedagogické centrum získalo grant z Európskeho sociálneho fondu na činnosť korešpondenčného seminára MATMIX a na organizovanie školení učiteľov, na ktorých budú prezentované netradičné metódy vo vyučovaní matematiky. Podrobnejšie informácie spolu s pozvánkami nájdete v priebehu mája a júna na našej www stránke a samozrejme aj v štvrtom čísle nášho časopisu.

Na záver by sme vás chceli srdečne pozvať na Fórum pedagogiky, ktoré sa uskutoční 14. – 16. júna v Národnom tenisovom centre v Bratislave. V rámci stánku Metodicko-pedagogického centra nájdete aj kútik venovaný MATMIXu, kde sa budete môcť dozvedieť o nás viac.

Vaša redakcia

Aristoteles zo Stageiry – cesta k vzdelanosti

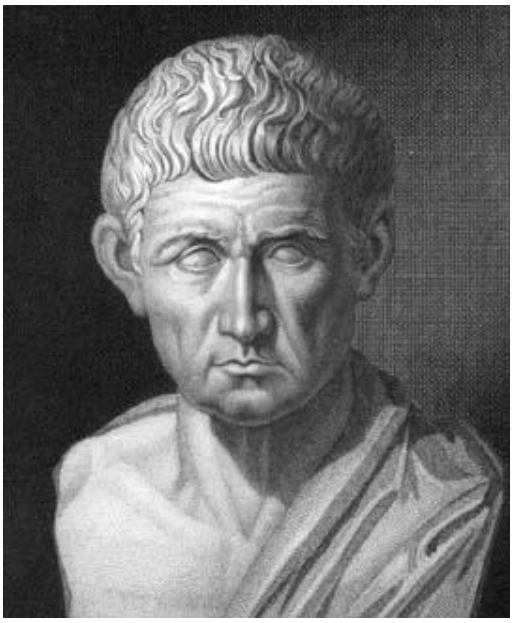


Nikto nepopiera, že do základov ľudského systematického poznávania patrí dielo, ktoré vytvoril grécky filozof **Aristoteles** (384 – 322 pred n. l.). Spoznal intelektuálnu silu a význam toho, že „*všetci ľudia od prirodzenosti túžia po poznaní*“. Uznal, že „*činnosť rozumu je život*“. Povzniesol duchovný obzor nad rozkoše sveta. Aristoteles napísal neobyčajne veľa pojednaní (asi 150), v ktorých ukázal svoju všestrannosť. Uvažoval o logike a jazyku, o umení, politike, etike i práve, o dejinách, psychológii a fyziológii, o prírode (zoológia, biológia, botanika, chémia, mechanika), o matematike, metafyzike i teórii poznania. Intelektuálny obor Aristoteles originálne a organicky zlúčil podnety a výsledky súdobej gréckej filozofie. Celý spoznávaný svet odhalil ako ustavičný proces formovania konkrétnych podstát, v ktorom stupeň uskutočnenia je mierou dokonalosti vecí (napr. u živých bytostí rozlišuje vegetatívnu, zmyslovú a mysliacu dušu – podstatnú a aktívnu zložku zjednocujúcu celé indivíduum). Rozumný človek môže poznať a pochopiť aj najvyššie princípy celej existencie. Aristoteles svojím dielom podstatne ovplyvnil teoretické myslenie ľudstva a prehĺbil analytickú stránku uvažovania o svete, v ktorom žijeme.

Vyrastal v prostredí otcovej lekárskej praxe na macedónskom kráľovskom dvore. Odišiel do Atén, tam študoval a neskôr i pôsobil (367 – 347 pred n. l.) na Platónovej Akadémii. Od roku 343 pred naším letopočtom vychovával syna Filipa Macedónskeho, budúceho Alexandra Veľkého. Aristoteles založil a viedol svoju povestnú školu *Lykeion* (335 – 323 pred n. l.). Nebol samotár, i keď mal rečovú chybu (šušlal) a nevynikal ani svojím fyzickým vzhľadom. Žil pred zrakom verejnosti v búrlivej atmosfére svojej doby s jasným cieľom hlbšieho, presnejšieho a konkrétnejšieho poznávania prírody aj duchovného sveta ľudských myšlienok. Bol dobrý rečník, presvedčivý v debatách, možno až sarkasticky vtipný, či veľmi pyšný na svoje intelektuálne schopnosti. Uznával za ľudské šťastie stav, v ktorom človek môže vykonávať myšlienkovú činnosť a spoznávať pravdu odlíšenú od mýtu, ponúkať dôkazy nahradzujúce vieru.

„*Každá reč má význam... Každá reč nie je vždy súdom, ale iba tá, v ktorej je skutočná pravda alebo nepravda.*“ Aristoteles pripravil prvý systém formálnej logiky. Z tejto oblasti sú známe jeho spisy: *Kategórie, O vyjadrovaní, Prvé analytiky, Druhé analytiky, Topiky, O sofistických dôkazoch.* V závislosti od jazykových kritérií rozlíšil desať všeobecných tried výrazov, tzv. kategórií: podstata, kvalita, kvantita, vzťah, miesto, čas, poloha, vlastníctvo, činnosť, trpnosť. Vždy je potrebné určiť pravú podstatu, ktorá je nevyhnutná, aby určitá vec bola tým, čím je. Ostatné vlastnosti, ktoré sa môžu meniť, sú nepodstatným určením druhu a rodu. Teóriou kategórií určil mož-

nosti zhody jazykového vyjadrenia s pravdivými výpoveďami o veciach konkrétneho sveta. Ponúkal ju ako logickú charakteristiku i analytický prostriedok na odhaľovanie rôznych významov. Celú logickú problematiku rozvinul ako teóriu výrokov, úsudkov a vedeckých dôkazov. Vybudoval základy systému pojmovej logiky, ktorý môže slúžiť ako model pre formálnu syntaktickú analýzu a štúdium každého vedeckého myslenia.



Aristotelova sylogistika je súčasťou jeho *Prvých analytík* (rozdelil jednoduché výroky buď na kladné alebo záporné, buď všeobecné alebo čiastkové, buď asertorické alebo apodiktické alebo problematické („*Každý výrok je buď o tom, čo skutočne je, alebo o tom, čo je nevyhnutné, alebo o tom, čo môže byť*."), rozlíšil subjekt a predikát, využitím schematických písmen zdôraznil typy úsudkových foriem („*Sylogizmus je reč, v ktorej, ak je niečo dané, nevyhnutne niečo iné, rôzne od toho, čo je dané, vyplýva práve tým, že dané je*.")). *Druhé analytiky* obsahujú poznatky o všeobecných vedeckých postupoch (príčinnosť, nevyhnutnosť, všeobecnosť, axiomatika, dôkazové postupy). Príkladom aplikácie všeobecnej logickej teórie je systém matematických poznatkov. Matematické deduktívne skúmanie má charakter zostupu od axióm k jednotlivým tvrdeniam, dôkaz je vzostupnou rekonštrukciou konečného počtu krokov logických operácií, ktorými sa tvrdenie odvodzovalo z axióm cez rozličné syntaktické úrovne. „*Predmet logiky v svojej starovekej i stredovekej podobe je skoro úplne spojený s Aristotelovým menom*" (G. Boole). Všestranný myslitel' a systematický bádateľ Aristoteles prispel k tvorbe exaktných dôkazových postupov, usporiadal invenčné metódy vedeckej práce, usmerňoval k pravej, sústavnej a cieľavedomej poznávacej ľudskej činnosti.

Rozsiahle Aristotelovo dielo hovorí svojím odkazom až do súčasnosti. Aj naša moderná veda vyžaduje nestrannosť a objektívnosť, lebo pravdivé poznanie je najvlastnejším zmyslom teoretického myslenia a cieľom ľudskej existencie. „*Poznanie je nadovšetko príjemné...*" Potešenie učiť sa bolo, je a bude dôležitou zložkou ľudskej výchovy, praktického vzdelania i produktívnych vedecko-technologických výsledkov. K vybudovaniu hlbších, presnejších a konkrétnejších postupov poznávania nesporne prispel systematický skúmateľ staroveku Aristoteles. Optimisticky predpokladal, že človek je schopný poznať zákonitosti prírody, ľudskej spoločnosti i samého seba. Odvtedy prinášajú ľudské výskumy a tvorivé predstavy stále nové fakty a vysvetlenia spájajúce filozoficko-metodologické predstavy a empirické postupy do štruktúr teoretických modelov, ale aj užitočné pre praktické použitie.

Dušan Jedinák

Riešené úlohy regionálneho kola súťaže
Praktická matematika

Kategórie K, L

1. Nájdite štvorciferné číslo deliteľné 7, pre ktoré platí: Súčet prvých dvoch cifier je 10, súčet prostredných dvoch cifier je 10 a súčet posledných dvoch cifier je 9.

Riešenie: Dané štvorciferné číslo označme $\overline{abcd}$. Potom $a+b=10$, $b+c=10$, $c+d=9$. Riešením týchto rovníc dostávame, že $a=c$, $b=d+1$. Zostavíme tabuľku:

a	b	c	d
9	1	9	0
8	2	8	1
7	3	7	2
6	4	6	3
5	5	5	4

a	b	c	d
4	6	4	5
3	7	3	6
2	8	2	7
1	9	1	8

Z tabuľky zistíme, že čísla 8 281 a 1 918 sú deliteľné siedmimi a vyhovujú podmienkam úlohy.

2. Štyria priatelia podali Športku. Mali šťastie. Výhru, ktorá bola vyjadrená päťciferným číslom, si rozdelili rovnakým dielom. Milan po rozdelení peňazí prišiel na zaujímavú vec. Dostal sumu, ktorá sa dala zapísať rovnakými číslicami, ako bola výhra, lenže v opačnom poradí. Koľko peňazí dostal Milan z výhry?

Riešenie: Nech má suma výhry desiatkový zápis $\overline{abcde}$, kde *a, b, c, d, e* sú cifry. Milanova časť sa dá potom zapísať ako $\overline{edcba}$ a platí

$$\overline{abcde} = 4 \cdot \overline{edcba}. \qquad (1)$$

Rozpísaním dostávame, že má platiť

$$10\,000a + 1\,000b + 100c + 10d + e = 40\,000e + 4\,000d + 400c + 40b + 4a,$$

čo môžeme zoskupením rovnakých neznámych a predelením tromi upraviť na tvar

$$3\,332a + 320b = 100c + 1\,330d + 13\,333e$$

Cifra *e* musí byť párna a podľa (1) menšia ako 3. Potom $e=2$. Cifra na mieste jednotiek čísla na pravej strane je 6. Potom cifra *a* môže byť len 3 alebo 8. Ak $a=3$, nevyhovuje to vzťahu (1), pretože

$$4 \cdot \overline{edcba} \geq 40\,000.$$

Teda $a=8$. Po dosadení a úpravách dostaneme

$$32b = 10c + 133d + 1$$

Cifra *d* musí byť nepárna a nie väčšia ako 2, aby vyhovovala poslednej rovnosti. Teda $d=1$. Odtiaľ dosadením dostávame, že $b=7$, $c=9$. Milan preto dostal z výhry 21 978 Sk.

3. V obdĺžniku $ABCD$ platí $|AB| = 20\,\text{cm}$, $|AD| = 10\,\text{cm}$. Nad stranami AB, AD ako priemermi sú zostrojené kružnice, ktoré okrem bodu A majú spoločný bod K. Vypočítajte vzdialenosti bodu K od vrcholov A, B, D.

Riešenie: Označme $|AK| = x$, $|BK| = y$. V pravouhlom trojuholníku ABD pomocou Pytagorovej vety vypočítame, že

$$|BD| = \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5}\,.$$

V pravouhlom trojuholníku ABK použijeme opäť Pytagorovu vetu a dostávame, že

$$x^2 + y^2 = 20^2\,.$$

V pravouhlom trojuholníku ADK použijeme opäť Pytagorovu vetu a dostávame, že

$$x^2 + \left(10\sqrt{5} - y\right)^2 = 10^2\,,$$

pretože body B, K, D ležia na jednej priamke ($|\angle BKD| = 90° = |\angle AKD|$). Upravením dostávame, že platí

$$x^2 + y^2 - 20\sqrt{5}y + 400 = 0\,.$$

Dosadíme $x^2 + y^2 = 20^2$ a po úprave dostávame, že platí $20\sqrt{5}y = 800$,
odkiaľ dostávame

$$y = \frac{40}{\sqrt{5}} = 8\sqrt{5}\,.$$

Dopočítaním x dostávame

$$x = \frac{20}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}\,.$$

Hľadané vzdialenosti sú:

$$|BK| = x = 8\sqrt{5}\ \text{cm},$$
$$|AK| = y = 4\sqrt{5}\ \text{cm},$$
$$|DK| = 10\sqrt{5} - y = 2\sqrt{5}\ \text{cm}.$$

4. V hrnci s priemerom 24 cm sú tri marhuľové zaváraniny tvaru valca. Každá z nich má priemer 9,2 cm a výšku 15 cm. V hrnci je jeden liter vody teploty 74°C. Koľko litrov vody s teplotou 20°C musíme pridať, aby sme ju schladili na 36°C? Do akej výšky bude siahať voda v hrnci?

Riešenie: Z rovnice

$$1 \cdot 78° + \mathrm{x} \cdot 20° = (1 + \mathrm{x}) \cdot 36°$$

zistíme, že $x = 2{,}625$. Do hrnca musíme pridať 2,625 litra vody. Potom bude v hrnci $1 + 2{,}625 = 3{,}625$ litra vody. Vypočítame obsah dna hrnca a od neho odpočítame obsahy, ktoré tvoria tri dná marhuľových zaváranín:

$$S = \pi \cdot 12^2 - 3 \cdot \pi \cdot 4{,}6^2 \doteq 2{,}5283\ \text{dm}^2$$

Výška vody v hrnci je potom $3{,}625 : 2{,}5283 \doteq 1{,}434$ dm, čo je menej než 15 cm, a teda táto výška je aj riešením zadanej úlohy.

Kategórie M, N

1. Sú dané reálne čísla x, y a celé číslo z tak, že platia rovnosti

$$x + y = z + 1,$$

$$xy = z^2 - 7z + 14.$$

Určte celé číslo z tak, aby bola hodnota výrazu $x^2 + y^2$ najväčšia!

Riešenie: Ak výraz $x^2 + y^2$ postupne upravujeme, dostaneme, že platí

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = (z + 1)^2 - 2\left(z^2 - 7z + 14\right) = -z^2 + 16z - 17 = -(z - 8)^2 + 37.$$

Výraz $x^2 + y^2 = -(z - 8)^2 + 37$ nadobúda maximálnu hodnotu pre $z = 8$. Ak však túto hodnotu dosadíme do pôvodných rovníc, dostaneme sústavu

$$x + y = 9,$$

$$xy = 22,$$

ktorá nemá riešenie v obore reálnych čísel, pretože diskriminant kvadratickej rovnice

$$x \cdot (9 - x) = 22$$

je záporný.

Správne riešenie musíme hľadať medzi celými číslami $z = 7$ alebo $z = 9$, ktoré nám dávajú druhé najvyššie hodnoty výrazu $x^2 + y^2 = -(z - 8)^2 + 37$.

Vyskúšaním obidvoch hodnôt zistíme, že maximálna hodnota výrazu $x^2 + y^2$ bude 36 pre $z = 7$.

2. V matematickej súťaži riešil každý žiak 30 úloh. Za správne vyriešenú úlohu dostal 4 body, nesprávne riešená úloha znamenala stratu jedného bodu a 0 bodov bolo za úlohu, ktorú neriešil. Koľko muselo byť účastníkov, aby sme mohli s istotou tvrdiť, že aspoň dvaja žiaci skončili v súťaži s rovnakým počtom bodov?

Riešenie: Každý žiak mohol v súťaži dosiahnuť celkový bodový súčet od – 30 bodov (ak riešil všetkých 30 úloh nesprávne) až do 120 bodov (pri správnom vyriešení všetkých 30 úloh) s výnimkou súčtov 119, 118, 117, 114, 113, 109 bodov, ktoré sa pri danom bodovacom systéme nedajú žiadnym spôsobom dosiahnuť. Možných výsledkov v súťaži je teda 151– 6 = 145. To znamená, že ak sa súťaže zúčastní aspoň 146 žiakov, môžeme s istotou tvrdiť, že aspoň dvaja žiaci skončili súťaž s rovnakým počtom bodov.

3. Stredy strán ostrouhlého trojuholníka ABC označíme postupne A_1, B_1, C_1. Z každého stredu spustíme dve kolmice na protiľahlé strany trojuholníka. Takto zostrojených šesť kolmíc ohraničuje šesťuholník. Určte, koľkokrát je obsah trojuholníka ABC väčší ako obsah takto vytvoreného šesťuholníka.

Riešenie: Body A_1, B_1, C_1 sú stredmi strán BC, AC, AB. Z bodov A_1, B_1, C_1 spustíme na protiľahlé strany trojuholníka kolmice. Tieto ohraničia šesťuholník $C_1DA_1EB_1F$.

Obsah trojuholníka $A_1B_1C_1$ sa rovná $\frac{1}{4}$ obsahu trojuholníka ABC. Ešte treba zistiť obsahy trojuholníkov B_1C_1F, A_1C_1D, A_1B_1E. Dvojice trojuholníkov B_1C_1F a CA_1E, resp. A_1C_1D a CB_1E sú zhodné na základe vetu *usu*. Ak trojuholníky B_1C_1F a A_1C_1D „premiestnime“ do trojuholníkov CA_1E a CB_1E, pričom trojuholník A_1B_1E zostáva bez zmeny, súčet obsahov týchto troch trojuholníkov je tiež $\frac{1}{4}$ obsahu trojuholníka ABC. Obsah šesťuholníka $C_1DA_1EB_1F$ je potom polovica obsahu trojuholníka ABC, čo znamená, že obsah trojuholníka ABC je dvakrát taký veľký ako obsah šesťuholníka.

4. Je daná kocka $ABCDA'B'C'D'$ s hranou dĺžky 3. Bod E leží na hrane DD', pričom platí $4|ED'| = |DD'|$ a bod F je priesečník uhlopriečok štvorca $DCC'D'$. Vypočítajte obsah lichobežníka, ktorý je prienikom roviny AEF a kocky.

Riešenie: Máme určiť obsah lichobežníka $AEGH$. Úsečky HG a AE sú priesečnice roviny AEF s rovnobežnými stenami kocky, teda sú rovnobežné. Platí, že

$$|ED'| = |CG|.$$

Trojuholníky ADE a HCG sú podobné, preto platí

$$|HC| : 3 = \frac{3}{4} : \frac{9}{4},$$

$$|HC| = 1.$$

Využitím Pytagorovej vety môžeme vypočítať všetky strany lichobežníka:

$$|AH| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13},$$

$$|EG| = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}\sqrt{5},$$

$$|EA| = \frac{15}{4},$$

$$|HG| = \frac{5}{4}.$$

Veďme bodmi H, G výšky lichobežníka. Tieto pretínajú jeho základňu AE v bodoch M, N. Označme $x = |EM|$, $y = |AN|$ a výšku lichobežníka v.

Platí

$$x + y + |MN| = x + y + |HG| = |AE|,$$

odkiaľ máme, že platí

$$x + y = \frac{5}{2}.$$

Ďalej platí

$$x^2 + v^2 = |EG|^2, \qquad y^2 + v^2 = |AH|^2.$$

Po odčítaní týchto dvoch rovníc dostávame , že platí

$$y^2 - x^2 = |AH|^2 - |EG|^2 = \frac{7}{4}.$$

Úpravou dostávame, že platí

$$(y - x)(y + x) = \frac{7}{4}.$$

Dosadením $x + y = \frac{5}{2}$ a upravením dostávame, že

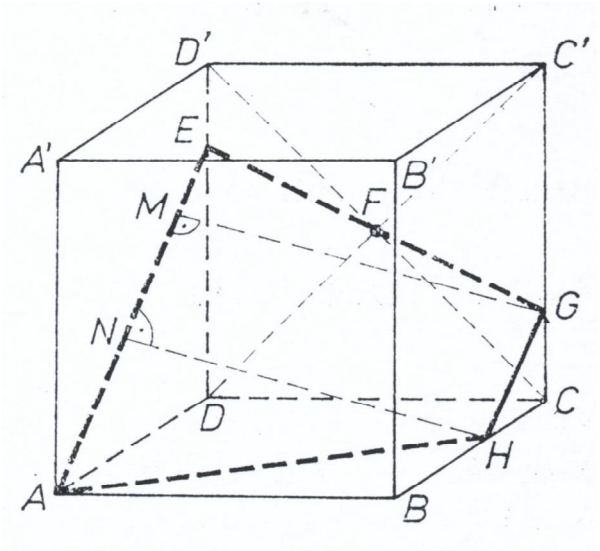
$$y - x = \frac{7}{10}.$$

Pomocou tejto rovnice vypočítame, že

$$x = \frac{9}{10}, \quad y = \frac{8}{5}, \quad v = \frac{3}{5}\sqrt{29}.$$

Aritmetický priemer dĺžok oboch základní lichobežníka sa rovná $\frac{5}{2}$, takže obsah lichobežníka je

$$S = \frac{3}{2}\sqrt{29} \doteq 8{,}078.$$



Výsledkové listiny regionálneho kola súťaže Praktická matematika

Bratislavský kraj

Kategória K

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Tomáš Klesniak	SOU SD Jednota, Bratislava	4	0	0	2	6
2.	Milan Baričič	SOU SD Jednota, Bratislava	5	0	0	0	5

Kategória L

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Izák Ondrej	SPŠ stroj., Fajnorovo nábr., Bratislava	5	0	5	5	15
	Juhas Jakub	SPŠ elektr., K. Adlera 5, Bratislava	5	0	5	5	15
3.	Nerád Matúš	SPŠ elektr., K. Adlera 5, Bratislava	4	0	5	4	13
4.	Hudás Mário	SPŠ elektr., K. Adlera 5, Bratislava	5	2	4	1	12
	Kováč Dominik	SPŠ elektr., K. Adlera 5, Bratislava	4	5	2	1	12
	Malý Filip	SPŠ elektr., K. Adlera 5, Bratislava	4	0	5	3	12
7.	Berdáková Veronika	OA, Račianská ul., Bratislava	5	0	0	5	10
	Miklošiová Barbora	SPŠ dopravná, Kvačalova ul., Bratislava	5	3	0	2	10
	Petrášová Mária	OA, Račianská ul., Bratislava	4	0	3	3	10
	Takács Viliam	Stredná škola podnikania s VJM, Senec	5	5	0	0	10
11.	Čulík Matej	SPŠ elektr., Hálova ul., Bratislava	5	0	0	4	9
12.	Babutíková Monika	OA, Račianská ul., Bratislava	5	0	0	0	5
	Lukačovičová Klaudia	Škola knih.a inform.štúdií, Bratislava	3	0	0	2	5
	Ponyik Attila	Stredná škola podnikania s VJM, Senec	5	0	0	0	5
15.	Hupka Andrej	SPŠ dopravná, Kvačalova ul., Bratislava	4	0	0	0	4
	Maderová Mária	OA, Račianská ul., Bratislava	4	0	0	0	4

Kategória N

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Jursa Andrej	SPŠ stroj., Fajnorovo nábr., Bratislava	1	1	5	4	11
	Madarászová Soňa	OA, Račianská ul., Bratislava	0	5	5	1	11
3.	Kázmérová Jitka	OA, Račianská ul., Bratislava	0	2	5	1	8
	Bobek Branislav	SPŠ elektr., K. Adlera 5, Bratislava	1	5	0	2	8
5.	Kraicová Petra	OA, Račianská ul., Bratislava	0	5	2	0	7
6.	Garajová Anna	Škola knih.a inform.štúdií, Bratislava	0	0	5	0	5
	Švajdlenka Robert	SPŠ elektr., K. Adlera 5, Bratislava	1	4	0	0	5
8.	Bilý Tomáš	ZSŠ drevárska, Bratislava	0	2	0	0	2

Nitriansky kraj

Kategória K

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Pivko Stanislav	SOU strojárske, Komárno	5	0	5	5	15
2.	Martinec Juraj	SOU stroj.a elektr., Zlaté Moravce	5	0	3	2	10
	Vargová Zuzana	SOU stavebné, Levice	5	0	5	0	10
4.	Valkovič Vojtech	SOU stroj.a elektr., Zlaté Moravce	5	1	1	0	7
5.	Bezák Marek	SOU potravinárske, Topoľčany	5	0	0	1	6
	Zdychavská Veronika	SOU potravinárske, Topoľčany	5	1	0	0	6
	Žindeľ Ladislav	SOU stavebné, Nové Zámky	5	0	1	0	6
8.	Gavalcová Soňa	SOU potravinárske, Topoľčany	5	0	0	0	5
	Kaminskij Peter	SOU stavebné, Nové Zámky	5	0	0	0	5
	Kyselicová Mária	SOU potravinárske, Topoľčany	5	0	0	0	5
	Monc Kristián	SOU stavebné, Nové Zámky	5	0	0	0	5
	Škultéty Samuel	SOU stavebné, Nové Zámky	5	0	0	0	5
13.	Donka Ján	SOU strojárske, Komárno	0	0	0	2	2

Kategória L

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Janok Marek	Obchodná akadémia, Štúrovo	5	5	5	5	20
2.	Fekete Róbert	SPŠ stavebná, Hurbanovo	5	5	5	4	19
3.	Eššeková Enikö	SPŠ stavebná, Hurbanovo	5	5	5	3	18
4.	Kováč Július	SPŠ, Levice	5	5	5	2	17
5.	Balogh Róbert	SPŠ, Nitra	5	5	1	5	16
	Baloghová Eva	SPŠ stavebná, Hurbanovo	5	5	1	5	16

7	Adamčíková Jana	Hotelová akadémia, Nitra	5	5	0	5	15
	Csambal Tamás	SOŠ s VJM, Dolné Obdokovce	5	0	5	5	15
	Dičér Viktor	SPŠ, Nivy 2, Šaľa	5	2	3	5	15
	Futó Tomáš	Spojená škola, Nové Zámky	5	2	4	4	15
	Kádek Márius	Spojená škola, Nové Zámky	5	0	5	5	15
12.	Florek Martin	SPŠ, Nivy 2, Šaľa	5	5	4	0	14
	Ivančík Vladislav	SPŠ, Nitra	5	0	5	4	14
	Mézes Tibor	SPŠ stavebná, Hurbanovo	5	5	2	2	14
15.	Beneš Lukáš	ZSŠ drev.a nábytk., Topoľčany	5	1	5	2	13
	Kučera Milan	SPŠ stavebná, Hurbanovo	5	5	3	0	13
	Rybár Mário	SPŠ, Levice	5	0	5	3	13
18.	Fúsková Jana	Stredná poľn.a veter.škola, Nitra	5	1	1	5	12
	Kiss Gergely	Stredná odborná škola, Nové Zámky	5	0	4	3	12
	Kiš Kamil	ZSŠ s VJM, Štúrovo	4	0	4	4	12
	Karkajová Klaudia	SPŠ, Komárno	5	1	4	2	12
	Kováč Ľubomír	SPŠ, Nivy 2, Šaľa	5	5	0	2	12
	Machala Miloš	Obchodná akadémia, Levice	5	0	4	3	12
	Márföldi Patrik	SPŠ, Levice	5	2	4	1	12
	Šiko Marek	Obchodná akadémia, Nitra	5	0	5	2	12
26.	Čuliková Alena	ZSŠ obchodu a služieb, Zlaté Moravce	5	1	4	1	11
	Döme Dávid	ZSŠ HSO, Nové Zámky	5	0	3	3	11
	Jankovič Peter	SPŠ, Komárno	5	0	1	5	11
	Sekerešová Zuzana	Hotelová akadémia, Nitra	5	0	4	2	11
30.	Bôžiková Katarína	Obchodná akadémia, Levice	5	0	2	3	10
	Domonkos Alexander	Obchodná akadémia, Veľký Meder	5	0	5	0	10
	Kelo Zoltán	SOŠ s VJM, Dolné Obdokovce	5	0	5	0	10
	Korchová Kristína	ZSŠ DOaS, Nitra	5	0	5	0	10
	László Zolt	SOŠ s VJM, Dolné Obdokovce	5	0	5	0	10
	Szalai Miroslav	SPŠ, Nitra	5	0	5	0	10
	Mihálik Tomáš	SPŠ, Nivy 2, Šaľa	5	0	5	0	10
	Šálková Erika	Obchodná akadémia, Levice	5	0	5	0	10
38.	Hunya Patrik	Obchodná akadémia, Levice	5	0	0	4	9
	Juhász Tibor	SPŠ, Komárno	5	0	1	3	9
	Keszan Tamás	SPŠ, Komárno	5	0	4	0	9
	Némethová Kristína	ZSŠ DOaS, Nitra	5	0	4	0	9
	Straňáková Veronika	SPŠ chemická, Šaľa	5	0	0	4	9
43.	Lohyňová Naďa	ZSŠ DOaS, Nitra	5	3	0	0	8
	Molnár Dávid	Spojená škola, Nové Zámky	5	0	1	2	8
45.	Černák Martin	SPŠ, Levice	5	0	2	0	7
	Kuruc Rudolf	ZSŠ obchodu a služieb, Levice	5	0	2	0	7
	Szúri András	SPŠ, Komárno	5	2	0	0	7
	Urbán Zoltán	ZSŠ s VJM, Štúrovo	5	0	1	1	7
49.	Baloghová Csilla	ZSŠ HSO, Nové Zámky	5	0	1	0	6
	Buranská Lucia	Obchodná akadémia, Šurany	5	0	1	0	6
	Konečná Eva	ZSŠ poľn.a záhr., Kravany nad Dunajom	5	0	1	0	6
	Kopečná Michaela	ZSŠ HSO, Nové Zámky	5	0	1	0	6
53.	Hučková Michaela	Stredná poľn.a veter.škola, Nitra	5	0	0	0	5
	Kuczman Gergely	ZSŠ poľn.a záhr., Kravany nad Dunajom	5	0	0	0	5
	Pásztor Jozef	ZSŠ s VJM, Štúrovo	5	0	0	0	5
56.	Juhos Adrian	SPŠ chemická, Šaľa	4	0	0	0	4

Kategória M

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Foltinovič Tomáš	SOU chemické, Šaľa	1	4	5	1	11
	Hanko Jaroslav	SOU chemické, Šaľa	1	0	5	5	11
3.	Solmoši Peter	SOU stavebné, Levice	0	3	5	0	8
4.	Körösi Dárius	SOU chemické, Šaľa	0	0	4	3	7
	Maruška Rastislav	SOU elektr. a stroj., Zlaté Moravce	0	2	5	0	7
6.	Molnár Ferenc	SOU strojárske, Komárno	0	5	0	0	5
7.	Boháč Daniel	SOU chemické, Šaľa	1	0	0	0	1

Kategória N

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Cséri Peter	Spojená škola, Nové Zámky	3	3	5	4	15
2.	Benčík David	SPŠ, Komárno	1	0	5	5	11
	Motko Ján	Obchodná akadémia, Levice	0	1	5	5	11
4.	Beszédes Balázs	SOŠ s VJM, Dolné Obdokovce	1	4	5	0	10
	Ilka Adrian	SPŠ, Komárno	0	0	5	5	10
	Mikulec Marcel	SPŠ, Levice	1	0	5	4	10
	Récky Andrej	Stredná poľn.a veter.škola, Nitra	0	5	0	5	10
	Valo Lukáš	ZSŠ drev.a nábytk., Topoľčany	1	1	5	3	10
9.	Kantár Balász	SOŠ s VJM, Dolné Obdokovce	1	0	5	3	9
	Horváth Peter	SPŠ, Komárno	4	5	0	0	9
	Márik Marián	SPŠ, Komárno	2	2	3	2	9
12.	Kobida Tomáš	ZSŠ drev.a nábytk., Topoľčany	1	0	5	2	8
	Solčanská Gabriela	ZSŠOaS, Nitra	1	3	3	1	8
	Szabo Ladislav	SPŠ, Nivy 2, Šaľa	0	1	5	2	8
	Straňák Jozef	SPŠ chemická, Šaľa	1	2	5	0	8
16.	Betík Roman	SPŠ, Levice	2	1	0	4	7
	Kuruc Martin	Obchodná akadémia, Levice	2	0	5	0	7
	Szabo Róbert	SPŠ, Nivy 2, Šaľa	0	1	5	1	7
	Turza Ján	SPŠ, Nitra	1	1	5	0	7
	Vida Norbert	SPŠ stavebná, Hurbanovo	1	3	3	0	7
21.	Áč Ladislav	Obchodná akadémia, Levice	1	4	1	0	6
	Pisár Dušan	Spojená škola, Nové Zámky	1	4	0	1	6
23.	Laczko Zoltán	Spojená škola, Nové Zámky	0	0	0	5	5
	Matejkovič Lukáš	ZSŠ drev.a nábytk., Topoľčany	0	0	5	0	5
	Sághy Gabriel	SPŠ chemická, Šaľa	0	0	5	0	5
	Vašková Lucia	Obchodná akadémia, Šurany	0	0	5	0	5
27.	Drobka Juraj	Hotelová akadémia, Nitra	1	1	1	1	4
	Podhorec Martin	ZSŠ HSO, Nové Zámky	1	0	3	0	4
29.	Czödör Csaba	SPŠ chemická, Šaľa	1	0	2	0	3
30.	Szöllösi Tomáš	SPŠ, Nitra	0	1	0	0	1

Trnavský kraj

Kategória K

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Dolinajová Barbora	SOU Jednota, Trnava	5	0	0	1	6
2.	Benka Tomáš	SOU elektr. a strojárske, Piešťany	5	0	0	0	5
	Bíro Richard	SOU s VJM, Dunajská Streda	5	0	0	0	5
4.	Rapant Dávid	SOU Jednota, Trnava	0	0	1	2	3

Kategória L

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Vančo Ľuboš	SPŠ dopravná, Trnana	5	5	5	5	20
2.	Mikolai Peter	Obchodná akadémia, Veľký Meder	5	5	5	3	18
3.	Maliarik Peter	SPŠ stavebná, Trnava	5	5	5	2	17
	Tibenský Marián	ZSPŠ, Trnava	5	4	5	3	17
5.	Gombík Miroslav	Stredná záhradnícka škola, Piešťany	5	4	5	2	16
	Kondrla Ľudovít	Stredná záhradnicka škola, Piešťany	5	1	5	5	16
7.	Belica Michal	SPŠ elektrotechnická, Piešťany	5	0	5	5	15
	Ondrušek Martin	SPŠ dopravná, Trnava	4	4	5	2	15
	Pšenka Jozef	SPŠ dopravná, Trnava	5	0	5	5	15
	Švikruha Tomáš	SPŠ elektrotechnická, Piešťany	5	5	5	0	15
11.	Kojšová Zuzana	Obchodná akadémia, Sereď	5	5	2	2	14
12.	Mareček Radovan	SSOŠ Humanus Via, Holíč	5	5	3	0	13
13.	Bednár Martin	Obchodná akadémia, Trnava	5	0	4	3	12
	Kertész Milan	Združená stredná škola, Hlohovec	5	0	2	5	12

	Králik Atila	Obchodná akadémia, Sereď	5	0	4	3	12
	Myjavec Emil	ZSPŠ, Trnava	5	0	4	3	12
	Simonová Anikó	Stedná poľn.-potr.škola, D. Streda	5	0	5	2	12
	Šimkovičová Jarmila	Hotelová akadémia, Piešťany	5	1	1	5	12
19.	Bracho Ján	ZSŠ drev.a nábytk., Topoľčany	5	0	3	3	11
	Hučková Michaela	SSOŠ Humanus Via, Holíč	5	1	3	2	11
21.	Borovský Marek	SPŠ elektrotechnická, Piešťany	5	0	0	5	10
	Ardanová Adela	SZŠ Skalica	5	0	0	5	10
	Baráthová Klaudia	SZSŠ, Dunajská Streda	5	2	3	0	10
	Polakovič Patrik	SPŠ elektrotechnická, Piešťany	5	0	0	5	10
	Vilémová Zuzana	Obchodná akadémia, Senica	5	0	5	0	10
26.	Gaszó Marek	SPŠ dopravná, Trnava	0	0	5	3	8
	Paulík Michal	SPŠE, Piešťany	5	0	1	2	8
28.	Čirka Marek	Obchodná akadémia, Sereď	5	0	1	1	7
	Langer Lukáš	SSOŠ Humanus Via, Holíč	5	1	1	0	7
	Skaličan Vladimír	ZSPŠ, Trnava	5	0	0	2	7
31.	Lovasová Sabína	SZSŠ, Dunajská Streda	5	1	0	0	6
	Žambokréthyová Milena	Stredná poľn. škola, Trnava	5	0	0	1	6
33.	Fajnor Dalibor	Stredná záhradnícka škola, Piešťany	5	0	0	0	5
	Kučenka Boris	ZSŠ poľn., Rakovice	5	0	0	0	5
	Sláviková Veronika	SZŠ Trnava	5	0	0	0	5
36.	Orbánová Anikó	Stedná poľn.-potr.škola, D. Streda	2	0	0	0	2

Kategória M

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Richterová Natália	SOU Jednota, Trnava	1	2	5	0	8
2.	Klátik Andrej	SOU elektr.a stroj., Piešťany	1	0	5	0	6
3.	Bělský Ivan	SOU elektr.a stroj., Piešťany	0	0	5	0	5
4.	Deák Jaroslav	SOU Jednota, Trnava	1	0	0	0	1

Kategória N

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Pavlíček Tomáš	SPŠE, Piešťany	4	0	5	4	13
2.	Mandíková Lucie	Obchodná akadémia, Senica	1	5	5	0	11
	Neštický Martin	ZSPŠ, Trnava	0	3	5	3	11
	Pašková Ľudmila	SSOŠ Humanus Via, Holíč	0	3	5	3	11
5.	Húževka Jozef	SZŠ, Skalica	0	3	3	4	10
6.	Hunčák Miroslav	Združená stredná škola, Hlohovec	0	3	5	1	9
	Mlčúch Stanislav	Združená stredná škola, Skalica	0	3	5	1	9
8.	Seman Tomáš	SPŠE, Piešťany	0	0	5	2	7
	Sládkovičová Tatiana	Obchodná akadémia, Sereď	0	0	5	2	7
	Uhlík Martin	ZSPŠ, Trnava	0	0	4	3	7
11.	Jančárek Dušan	SSOŠ Humanus Via, Holíč	0	0	4	2	6
	Vaňková Pavlína	SSOŠ Humanus Via, Holíč	0	0	5	1	6
13.	Nitka Rudolf	ZSŠ poľn., Rakovice	0	0	5	0	5
14.	Drobná Martina	ZSŠ poľn., Rakovice	0	0	4	0	4
	Považanová Simona	Združená stredná škola, Skalica	0	4	0	0	4
	Prochádzková Klaudia	SZŠ, Piešťany	0	3	1	0	4
17.	Bochanová Monika	SSOŠ Humanus Via, Holíč	0	3	0	0	3
	Radošovská Martina	ZSŠ poľn., Rakovice	1	2	0	0	3
	Šipoldová Silvia	Obchodná akadémia, Senica	2	0	0	1	3
20.	Kocsisová Nikoleta	Obchodná akadémia, Veľký Meder	1	0	0	0	1
	Szamaránszká Angéla	SPoPŠ, Dunajská Streda	1	0	0	0	1

Trenčiansky kraj

Kategória K

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Hatňančík Martin	SOU stroj., Považská Bystrica	5	0	5	5	15
	Novosad Adrián	SOU stroj., Považská Bystrica	5	5	0	5	15
3.	Kucharovic Jakub	ZSŠE, Stará Turá	5	0	5	3	13
4.	Valíček Michal	SOU stroj., Považská Bystrica	5	1	0	3	9
5.	Habdák Ľuboslav	SOU stroj., Trenčín	2	0	4	1	7
6.	Cibiková Jana	SOU odev.a textil., Trenčín	2	0	1	3	6
	Hlušek Mário	SOU stroj., Považská Bystrica	5	0	0	1	6
	Mikušová Zuzana	ZSŠE, Stará Turá	4	0	2	0	6
9.	Sečkár Marek	ZSŠE, Stará Turá	5	0	1	0	6
10.	Kren Martin	ZSŠOaS, Handlová	5	0	0	0	5
11.	Borot Juraj	SOU stroj., Trenčín	4	0	0	0	4
12.	Morávek Stanislav	ZSŠE, Stará Turá	1	0	1	0	2

Kategória L

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Antala Lukáš	Spojená škola, Bánovce nad Bebravou	5	5	5	5	20
	Bílik Július	SPŠ, Myjava	5	5	5	5	20
	Slovák Jaroslav	SPŠ, Myjava	5	5	5	5	20
	Štetina Jakub	SPŠ, Myjava	5	5	5	5	20
5.	Ročák Martin	SPŠ, Myjava	5	3	4	5	17
	Zámečník Ján	Obchodná akadémia, Trenčín	5	5	2	5	17
7.	Gajar Peter	SPŠ, Myjava	5	1	5	5	16
8.	Chudý Andrej	Spojená škola, Partizánske	5	3	5	2	15
	Monček ová Zuzana	Spojená škola, Trenčín	5	0	5	5	15
	Mutňanský Michal	Spojená škola, Bánovce nad Bebravou	5	0	5	5	15
11.	Bencel Rastislav	Spojená škola, Bánovce nad Bebravou	5	0	5	4	14
12.	Vinek Milan	Spojená škola, Trenčín	4	3	5	1	13
13.	Horna Šimon	ZSŠE, Stará Turá	2	5	5	0	12
14.	Barteková Zuzana	ZSŠOaS, Nové Mesto nad Váhom	5	0	1	5	11
	Foltán Jozef	Spojená škola, Bánovce nad Bebravou	3	0	3	5	11
	Ružička Pavol	ZSŠE, Stará Turá	5	2	2	2	11
17.	Fusík Erik	Spojená škola, Trenčín	5	1	3	1	10
	Titurus Peter	Spojená škola, Trenčín	1	3	5	1	10
	Tršková Kristína	SUŠ, Trenčín	5	3	2	0	10
20.	Centár Peter	Spojená škola, Partizánske	5	3	1	0	9
21.	Kováč Róbert	Obchodná akadémia, Ilava	5	1	0	2	8
	Krkoška Lukáš	ZSŠ stav., Prievidza	1	0	5	2	8
	Pittner Ján	Spojená škola, Trenčín	4	0	4	0	8
	Polák Marián	ZSPŠ, Nové Mesto nad Váhom	3	0	5	0	8
	Ranuša Matúš	ZSPŠ, Nové Mesto nad Váhom	5	1	1	1	8
26.	Bondor Patrik	Spojená škola, Partizánske	4	3	0	0	7
	Harušínec Michal	SPŠ, Považská Bystrica	2	3	1	1	7
	Pilár Róbert	SPŠ, Považská Bystrica	4	0	0	3	7
	Prašnický Peter	SPŠ, Považská Bystrica	5	0	1	1	7
30.	Hanzel Michal	ZSŠ stav., Prievidza	5	0	0	1	6
31.	Forróová Simona	ZSŠOaS, Nové Mesto nad Váhom	2	0	1	2	5
	Guga Jakub	ZSŠE, Stará Turá	0	0	0	5	5
	Prochádzka Mário	ZSŠOaS, Nové Mesto nad Váhom	3	0	1	1	5
	Šaržík Juraj	SPŠ, Považská Bystrica	3	0	2	0	5
35.	Vedej Michal	Spojená škola, Bánovce nad Bebravou	2	1	1	0	4
36.	Žmuráň Ondej	ZSPŠ, Nové Mesto nad Váhom	2	0	0	1	3
37.	Mišovic Tomáš	ZSŠ stav., Prievidza	1	0	0	1	2
38.	Šimák Stanislav	SPŠ, Považská Bystrica	0	0	0	1	1

Kategória M

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Lašák Milan	ZSŠE, Stará Turá	5	1	5	4	15
2.	Kulla Marián	SOU stroj., Považská Bystrica	5	0	4	2	11
3.	Polaczek Branislav	ZSPŠ, Nové Mesto nad Váhom	0	0	4	0	4
	Taraba Róbert	SOU stroj., Považská Bystrica	1	3	0	0	4
5.	Arbet Ján	ZSŠE, Stará Turá	2	0	0	1	3
	Vrábel Miloš	SOU stroj., Považská Bystrica	0	1	2	0	3
7.	Kubáň Michal	SOU stroj. a textil., Trenčín	0	1	0	0	1
	Truhlík Roman	ZSŠE, Stará Turá	0	1	0	0	1

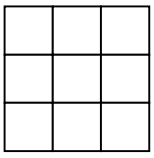
Kategória N

Por.	Meno	Škola	1	2	3	4	Spolu
1.	Randziak Michal	ZSŠE, Stará Turá	1	3	1	0	5
	Sunegová Michaela	SUŠ Trenčín	0	1	4	0	5
3.	Kotlebová Renáta	ZSŠOaS, Nové Mesto nad Váhom	1	0	1	1	3
	Ondrkálová Eva	ZSŠOaS, Nové Mesto nad Váhom	1	1	1	0	3
5.	Jurigová Jana	ZSŠOaS, Nové Mesto nad Váhom	2	0	0	0	2

Do celoštátneho kola postupujú prví traja žiaci z každej kategórie, ktorí sú úspešnými riešiteľmi súťaže (t. j. získali aspoň 11 bodov). Žiaci, ktorí nezískali v súťaži žiadny bod, nie sú uvedení vo výsledkových listinách.

Riešenia úloh 2. série korešpondenčnej súťaže

1. Doplňte do tabuľky 3×3 navzájom rôzne prirodzené čísla tak, aby sa súčet čísel v každom riadku, stĺpci aj uhlopriečke rovnal 47.



Riešenie: Označme si čísla v tabuľke tak ako na obrázku. Pomocou neznámych a,b,c si vyjadríme ostatné premenné. Potom $x_1 = 47-b-c$, lebo x_1,b,c sú v jednom riadku a súčet čísel v jednom riadku sa má rovnať 47. Odtiaľ potom ľahko dopočítame

$$x_5 = 47 - x_1 - a = 47 - (47-b-c) - a = b + c - a\,.$$

b	x_1	c
x_2	a	x_3
x_4	x_5	x_6

Podobne vypočítame x_4 a x_6:

$$x_4 = 47 - a - c\,,$$
$$x_6 = 47 - b - a\,.$$

Platí však aj to, že $x_4 + x_5 + x_6 = 47$. Dosadením za x_4, x_5 a x_6 dostávame, že platí

$$(47-a-c)+(47-b-a)+(b+c-a)=47\,,$$

odkiaľ dostávame, že

$$3a = 47.$$

Avšak číslo 47 nie je deliteľné tromi, preto neexistuje také prirodzené číslo a, aby rovnosť platila. Úloha teda nemá riešenie.

2. Dvaja zo šiestich chlapcov ukradli jablká. Na otázku, kto to bol, dali takéto odpovede: Harry: „Boli to Charlie a Georgie.“
James: „Boli to Donald a Tom.“
Donald: „Boli to Tom a Charlie.“
Charlie: „Boli to Donald a James.“
George: „Boli to Harry a Charlie.“
Tom odmietol vypovedať. Štyria uviedli jedného páchateľa správne, druhého zle, piaty udal oboch zle. Kto kradol?

Riešenie: Vieme, že jeden z chlapcov uviedol oboch páchateľov zle. Ak by bol týmto chlapcom Harry, znamenalo by to, že Charlie a Georgie to neboli. Ostatní chlapci uviedli jedného páchateľa dobre a jedného zle. Donald uviedol Toma a Charlieho. Keďže Charlieho uviedol Harry zle, musí byť Tom ten, ktorého uviedol dobre. Podobne z Georgeovej výpovede zistime, že v tomto prípade by bol druhým páchateľom Harry. Teda Donald a James sú už určite nevinní. Charlie však obvinil Donalda a Jamesa, ale on mal obviniť jedného správne, čo je spor s tým, že sú obaja nevinní. Preto táto možnosť nie je správna.

Ak by uviedol oboch páchateľov zle James, znamenalo by to, že Donald a Tom to neboli. Z Donaldovej výpovede potom vieme, že to bol Charlie a z Charlieho výpovede zase zistime, že druhým páchateľom bol James. Harry a George sú preto určite nevinní. Keď si pozrieme výpovede ostatných chlapcov, vidíme, že táto možnosť vyhovuje. Páchateľmi teda mohli byť Charlie a James.

Ak by uviedol oboch páchateľov zle Donald, znamenalo by to, že Charlie a Tom to neboli. Lenže vo výpovediach ostatných chlapcov boli s Charliem uvedení George aj Harry a s Tomom bol uvedený Donald. Aby platilo, že všetci okrem Donalda uviedli jedného zle a jedného dobre, museli by to byť George, Harry aj Donald a to už sú traja. Preto ani táto možnosť nevyhovuje.

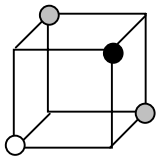
Ak by uviedol oboch páchateľov zle Charlie, znamenalo by to, že Donald a James to neboli. Podľa Jamesovej výpovede to potom musel byť Tom. Donald uviedol Toma a Charlieho, takže Charlie musí byť nevinný, ale potom to podľa Harryho výpovede musí byť aj George a podľa Georgovej výpovede zase Harry. To je zase priveľa páchateľov.

Posledná možnosť je možnosť, že uviedol oboch páchateľov zle George. To by znamenalo, že Harry a Charlie to neboli. Z výpovedí ostatných chlapcov podobne zistíme, že to musia byť Tom a George. Potom to Donald a James určite neboli. Ale Charlie uviedol práve ich dvoch. Takže ani táto možnosť nevyhovuje.

Z vyššie uvedeného vidíme, že jablká museli ukradnúť Charlie a James.

Komentár a bodovanie: Nájsť riešenie vám nerobilo problém. Problémom však bolo dokázať, že inak to byť nemôže. Nestačí len vypísať nejaké tabuľky bez komentára, ale je potrebné podrobne zdôvodniť vaše myšlienky.

3. Každý z bodov kocky s hranou dĺžky a zafarbíme práve jednou z troch farieb. Dokážte, že potom medzi týmito bodmi existujú dva rovnakej farby, ktorých vzdialenosť je väčšia ako $\frac{7}{5}a$.



Riešenie: Uvažujme štyri vyznačené vrcholy kocky. Tieto vrcholy nám vytvárajú pravidelný štvorsten, pretože každá jeho hrana je stenová uhlopriečka kocky. Jej dĺžka je $\sqrt{2}a$. Z Dirichletovho princípu vyplýva, že aspoň dva z nich sú zafarbené tou istou farbou. Keďže ľahko nahliadneme, že platí nerovnosť

$$\sqrt{2}a > \frac{7a}{5},$$

dostávame, že vzdialenosť týchto dvoch bodov rovnakej farby je väčšia ako $\frac{7}{5}a$.

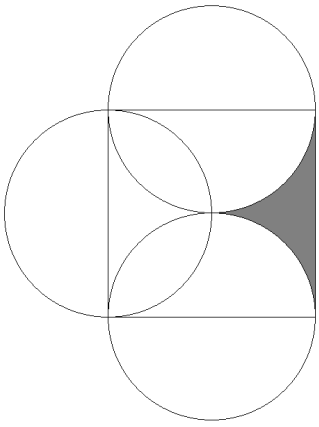
Komentár a bodovanie: Na správne riešenie ste prišli všetci. Najčastejšou chybou bolo, že ste upravovali nerovnosti bez toho, aby ste sa zmienili o tom, či robíte ekvivalentné úpravy.

4. Koľkými spôsobmi možno z úplného súboru domina (28 hracích kameňov) vybrať dva tak, aby sme ich mohli priložiť k sebe?

Riešenie: Vyberme prvý hrací kameň. V 7 prípadoch je typu XX a v 21 prípadoch typu XY, kde X a Y sú rôzne čísla od 0 po 6. V prvom prípade môžeme pridať už len 6 kociek zo siedmich, ktoré obsahujú X – X0, X1, X2, X3, X4, X5, X6 okrem XX. V druhom prípade je možností 12 – X0, X1, X2, X3, X4, X5, X6, Y0, Y1, Y2, Y3, Y4, Y5, Y6 okrem XY a YX. Avšak pri takomto rozdelení jednotlivých možností sme každú možnosť započítali práve dvakrát. Preto je počet všetkých možných výberov $(7 \cdot 6 + 21 \cdot 12) : 2 = 147$.

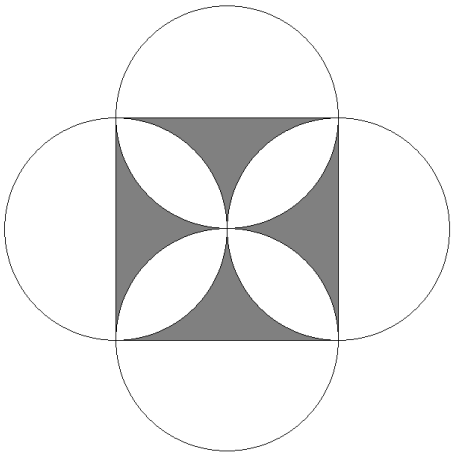
Komentár a bodovanie: Úloha sa dala riešiť viacerými spôsobmi – našlo sa aj niekoľko „drevorubačských“ riešení, ktoré spočívali vo vypísaní všetkých možností. Avšak len jedno z nich bolo správne, keďže ostatní riešitelia zabudli na nejaké možnosti, resp. niektoré započítali viackrát.

5. Nájdite geometrické miesto všetkých bodov vnútri štvorca, z ktorých vidno jeho tri strany pod ostrým zorným uhlom. Aký je obsah útvaru, ktorý vytvárajú?



Riešenie: Na základe Talesovej vety vieme, že množina všetkých bodov, z ktorých vidno danú úsečku pod pravým uhlom, je kružnica zostrojená nad touto úsečkou bez krajných bodov úsečky. Pod ostrým uhlom budeme vidieť túto úsečku z von-

kajšej oblasti tejto kružnice. Zvoľme si tri ľubovoľné strany štvorca. Potom množina všetkých bodov, z ktorých vidno tieto tri úsečky pod ostrým uhlom, je znázornená na obrázku. Zjednotením takýchto štyroch plôch dostávame situáciu na druhom obrázku (pretože sú štyri možnosti, ako vybrať 3 strany štvorca).



Obsah dvoch oproti stojacich vyznačených častí vypočítame napríklad tak, že od obsahu štvorca odčítame obsah kruhu s priemerom rovným dĺžke strany štvorca (dĺžku strany štvorca si označíme a):

$$S_1 = a^2 - \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 \cdot \frac{4-\pi}{4}.$$

Celkový obsah vyznačenej plochy bude preto dvojnásobkom S_1:

$$S = 2S_1 = a^2 \cdot \frac{4-\pi}{2} = a^2 \cdot \left(2 - \frac{\pi}{2}\right).$$

Komentár a bodovanie: V svojich riešeniach ste skoro všetci našli útvar vyhovujúcich bodov. Problémy však nastali pri počítaní jeho obsahu – častokrát ste sa mýlili pri počítaní obsahu kruhu zostrojeného nad stranou štvorca.

6. Zistite, pre ktoré prirodzené čísla n možno rozdeliť množinu $\{1, 2, ..., n\}$ na dve skupiny tak, aby v prvej skupine bolo trikrát viac čísel ako v druhej, a aby súčty čísel v oboch skupinách boli rovnaké.

Riešenie: Aby sme mohli rozdeliť týchto n čísel na dve skupiny tak, aby v prvej skupine bolo trikrát viac čísel ako v druhej, musí byť n v tvare $4k$, kde k je prirodzené číslo. k-ticu čísel s najväčším súčtom tvorí k najväčších čísel. Ich súčet sa rovná

$$3k+1+3k+2+\ldots+4k = \frac{1}{2}k\cdot(7k+1) = 3k^2 + \frac{k(k+1)}{2}.$$

$3k$ čísel s minimálnym súčtom tvorí $3k$ najmenších čísel – $1, 2, \ldots, 3k$. Ich súčet sa rovná

$$1+2+\ldots+k+k+1+\ldots+2k+2k+1+\ldots+3k = \frac{1}{2}3k\cdot(3k+1),$$

čo je viac než $3k^2 + \frac{k(k+1)}{2}$ pre každé prirodzené číslo k, pretože platí nerovnosť

$$\frac{1}{2}3k\cdot(3k+1) = 3k^2 + \frac{k(k+1)}{2} + k\cdot(k+1) > 3k^2 + \frac{k(k+1)}{2}.$$

Zistili sme teda, že $3k$-členná skupina s najmenším súčtom má vždy väčší súčet ako k-členná skupina s najväčším súčtom. Preto sa súčty prvkov v množinách zo zadania určite nikdy nebudú rovnať. Teda neexistuje také n, aby bolo možné rozdeliť

množinu {1, 2, ..., n} na dve skupiny tak, aby v prvej skupine bolo trikrát viac čísel ako v druhej, a aby súčty čísel v oboch skupinách boli rovnaké.

Komentár a bodovanie: Veľa z vás prišlo na myšlienku uvedenú v tomto riešení. Čo ste však neurobili dostatočne korektne, bola časť, v ktorej ste prehlásili, že z toho, že úloha v tomto špeciálnom prípade rozdelenia čísel nemá riešenie, vyplýva, že nebude mať riešenie ani pre iné rozdelenia čísel. Problém je v tom, že ste toto rozdelenie prehlásili za „optimálne“ bez zdôvodnenia.

7. Číslo tvaru $\frac{k(k+1)}{2}$, kde $k \in \mathbf{N}$, nazývame trojuholníkovým číslom. Nech $n \in \mathbf{N}$. Dokážte, že číslo $n!+1$ je druhou mocninou prirodzeného čísla práve vtedy, keď $\frac{n!}{8}$ je trojuholníkovým číslom.

Riešenie: Predpokladajme, že číslo $n!+1$ je druhou mocninou prirodzeného čísla. Potom $n>1$ (pretože pre $n=1$ číslo $1!+1=2$ nie je druhou mocninou prirodzeného čísla). Preto je $n!$ párne číslo a $n!+1$ nepárne prirodzené číslo. Potom z predpokladu dostávame, že existuje také prirodzené číslo *m*, že platí

$$n!+1=(2m+1)^2=4m^2+4m+1.$$

Z tohto vyjadrenia dostávame, že

$$\frac{n!}{8}=\frac{m(m+1)}{2},$$

teda $\frac{n!}{8}$ je trojuholníkovým číslom. Predpokladajme, že existuje $k \in \mathbf{N}$ také, že platí

$$\frac{k(k+1)}{2}=\frac{n!}{8}.$$

Upravením tejto rovnice dostaneme, že platí

$$n!+1=4k^2+4k+1=(2k+1)^2,$$

teda $n!+1$ je druhou mocninou prirodzeného čísla. Dokázali sme obe implikácie, preto tvrdenie zo zadania platí.

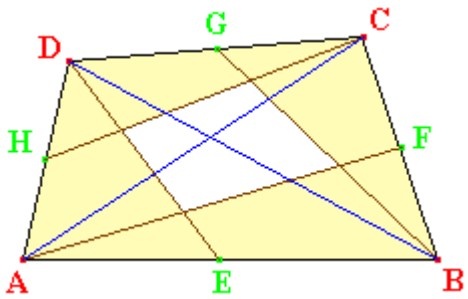
8. Daný je konvexný štvoruholník *ABCD* s obsahom 100 cm^2. Označme stredy strán *AB*, *BC*, *CD*, *DA* po rade *E*, *F*, *G*, *H*. Vypočítajte súčet obsahov trojuholníkov *ABF*, *BCG*, *CDH* a *ADE*.

Riešenie: Rozdeľme štvoruholník *ABCD* uhlopriečkou *AC* na dva trojuholníky. Vieme, že platí

$$S_{\Delta ABC}+S_{\Delta ADC}=S_{ABCD}.$$

Keďže F je stred BC, tak AF je ťažnica trojuholníka ABC, a teda

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABF} + S_{\Delta AFC} = 2S_{\Delta ABF}.$$



Podobne aj HC je ťažnicou trojuholníka ACD, a teda

$$S_{\Delta ADC} = S_{\Delta CDH} + S_{\Delta AHC} = 2S_{\Delta CDH}.$$

Potom

$$S_{ABCD} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ADC} = 2S_{\Delta ABF} + 2S_{\Delta CDH}$$

odkiaľ dostávame, že platí

$$S_{\Delta ABF} + S_{\Delta HDC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}.$$

Analogicky dokážeme, že platí

$$S_{\Delta GBC} + S_{\Delta EDA} = \frac{1}{2} S_{ABCD}.$$

Potom platí

$$S_{\Delta ABF} + S_{\Delta HDC} + S_{\Delta GBC} + S_{\Delta EAD} = S_{ABCD},$$

čo sme chceli dokázať.

9. Aký najväčší počet bodov možno umiestniť na úsečke jednotkovej dĺžky tak, aby ľubovoľná úsečka dĺžky d obsahovala najviac $1+10d^2$ zo zvolených bodov?

Riešenie: Najdlhšia úsečka, na ktorej môžu byť dva body, má dĺžku $d = \sqrt{\frac{2-1}{10}} = \sqrt{\frac{1}{10}}$. Potom naozaj $1+10d^2 = 1+10\cdot\frac{1}{10} = 2$. Ak teda máme úsečku takejto dĺžky, môžu na nej byť až dva body, musia byť však v koncových bodoch tejto úsečky, inak by sa dala nájsť aj kratšia úsečka, ktorá by obsahovala tieto dva body, čo nie je možné. Takýchto úsečiek sa na úsečku jednotkovej dĺžky zmestí $\sqrt{\frac{1}{1/10}} = \sqrt{10} > 3$. Úsečky majú body vo svojich koncových bodoch, preto sa musia napájať tesne na seba. Inak by vzdialenosť medzi posledným bodom prvej a prvým bodom druhej bola menšia ako $\sqrt{\frac{1}{10}}$, alebo by sa nám tam nezmestili všetky 3 úsečky.

Keďže 3 úsečky majú 6 koncových bodov a dva začiatočné z nich musia byť totožné s dvoma koncovými z nich, máme umiestnené 4 body. Viac sa už určite nedá.

Ľahko overíme, že takto rozmiestnené body spĺňajú podmienku zo zadania. Najkratšia úsečka obsahujúca tri body má dĺžku $2\sqrt{0{,}1}$ a keď to dosadíme za d, dostaneme

$$1+10\cdot\left(2\sqrt{0{,}1}\right)^2 = 1+10\cdot 0{,}1\cdot 4 = 1+4 = 5 \geq 3,$$

a teda môže obsahovať 3 body. Podobne najkratšia úsečka obsahujúca 4 body má dĺžku $3\sqrt{0{,}1}$. Keď to dosadíme za *d*, zistíme, že môže obsahovať 4 body. Na úsečku teda môžeme za daných podmienok umiestniť najviac 4 body.

Komentár a bodovanie: Úloha patrila medzi náročnejšie, kládla nárok najmä na dôslednú argumentáciu. Často ste len prehlásili o nejakom rozdelení bodov, že je optimálne, a dokázali ste tvrdenie len pre také rozdelenie. Tým ste však zabudli na mnoho ďalších rozdelení, a teda nemohli ste získať veľa bodov.

10. Rozhodnite, či existujú funkcie *f* a *g* definované na celej množine reálnych čísel **R** tak, aby platilo $f(x)\cdot g(y)=2x+3y+1$ pre každé $x,y\in\mathbf{R}$.

Riešenie: Funkcia *g* je definovaná na celej množine reálnych čísel, teda aj v nule. Nech je hodnota $g(0)=a$. Potom ak

$$f(x)\cdot g(y)=2x+3y+1,$$

tak

$$f(x)\cdot a=2x+1,$$

teda funkcia je na celom jej definičnom obore v tvare

$$f(x)=\frac{2x+1}{a}=\frac{2}{a}x+\frac{1}{a}.$$

Preto je to lineárna funkcia *x*. Podobne ukážeme, že aj *g* je lineárna.

Nech $f(0)=b$ (vieme, že *f* je definovaná aj v nule). Potom

$$g(y)=\frac{3y+1}{b}=\frac{2}{b}y+\frac{1}{b}$$

je lineárna funkcia *y*. Nech teda

$$f(x)=cx+d,$$
$$g(y)=ey+f,$$

sú nejaké lineárne funkcie, pričom vieme, že $c\neq 0$, $e\neq 0$. Potom

$$2x+3y+1=f(x)\cdot g(y)=(cx+d)\cdot(ey+f)=cexy+fcx+dey+df.$$

Na ľavej strane sa vyskytuje člen obsahujúci *x* aj člen obsahujúci *y*. Preto *c* ani *d* nemôžu byť nulové. Taktiež vieme, že *ce* je tiež nenulové. Pravá strana potom nie je lineárnou funkciou *x* a *y*, pretože obsahuje aj zložku obsahujúcu *xy*. To ale neplatí pre $2x+3y+1$. Preto neexistujú funkcie *f* a *g* definované na celej množine reálnych čísel **R** tak, aby platilo, že $f(x)\cdot g(y)=2x+3y+1$ pre každé $x,y\in\mathbf{R}$.

Komentár a bodovanie: Úlohu ste vyriešili bez väčších problémov. Tie sa vyskytli len pri zdôvodňovaní toho, že lineárna funkcia nemôže obsahovať zmiešaný člen obsahujúci obe premenné.

11. Dokážte, že platí: $323 \mid \left(20^{2004} + 16^{2004} - 3^{2004} - 1\right)$.

Riešenie: Vieme, že $323 = 17 \cdot 19$, preto treba dokázať, že 19 a súčasne 17 delí

$$20^{2004} + 16^{2004} - 3^{2004} - 1.$$

Vieme, že platí

$$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1}\right).$$

Využitím tohto vzťahu dostávame, že platí

$$\begin{aligned}
&20^{2004} + 16^{2004} - 3^{2004} - 1 = 20^{2004} - 1^{2004} + 16^{2004} - 3^{2004} = \\
&= (20-1)\cdot\left(20^{2003} + 20^{2002} + \ldots + 20 + 1\right) + \\
&+ (16-3)\cdot\left(16^{2003} + 16^{2002}\cdot 3 + \ldots + 16\cdot 3^{2002} + 3^{2003}\right) = \\
&= 19\cdot\left(20^{2003} + 20^{2002} + \ldots + 20 + 1\right) + \\
&+ 13\cdot\left[16^{2002}\cdot(16+3) + 16^{2000}\cdot(16+3) \ldots + 3^{2002}\cdot(16+3)\right] = \\
&= 19\cdot\left(20^{2003} + 20^{2002} + \ldots + 20 + 1\right) + 13\cdot 19\cdot\left(16^{2002} + 16^{2000} + \ldots + 3^{2002}\right) = \\
&= 19\cdot\left[\left(20^{2003} + 20^{2002} + \ldots + 20 + 1\right) + 13\cdot\left(16^{2002} + 16^{2000} + \ldots + 3^{2002}\right)\right].
\end{aligned}$$

Podobne dostávame, že platí

$$\begin{aligned}
&20^{2004} + 16^{2004} - 3^{2004} - 1 = 20^{2004} - 3^{2004} + 16^{2004} - 1^{2004} = \\
&= (20-3)\cdot\left(20^{2003} + 20^{2002}\cdot 3 + \ldots + 20\cdot 3^{2002} + 3^{2003}\right) + \\
&+ (16-1)\cdot\left(16^{2003} + 16^{2002} + \ldots + 16 + 1\right) = \\
&= 17\cdot\left(20^{2003} + 20^{2002}\cdot 3 + \ldots + 20\cdot 3^{2002} + 3^{2003}\right) + \\
&+ 15\cdot\left[16^{2002}\cdot(16+1) + 16^{2000}\cdot(16+1) + \ldots + 16 + 1\right] = \\
&= 17\cdot\left(20^{2003} + 20^{2002}\cdot 3 + \ldots + 20 + 3\right) + 15\cdot 17\cdot\left(16^{2002} + 16^{2000} + \ldots + 1\right) = \\
&= 17\cdot\left[\left(20^{2003} + 20^{2002}\cdot 3 + \ldots + 20 + 3\right) + 15\cdot\left(16^{2002} + 16^{2000} + \ldots + 1\right)\right],
\end{aligned}$$

Preto je číslo $20^{2004} + 16^{2004} - 3^{2004} - 1$ deliteľné 19 aj 17, teda je deliteľné aj 323.

Komentár a bodovanie: Opäť sa vyskytlo viacero rôznych riešení, najčastejšie z nich bolo práve uvedené.

12. Označme R najväčšie také číslo, že do každého konvexného mnohouholníka s obsahom S a obvodom o možno vpísať kruh s polomerom R. Nájdite hodnotu R alebo dokážte, že také číslo neexistuje.

Komentár: Túto úlohu nikto z vás nevyriešil úplne správne, preto ju ponechávame na riešenie do ďalšej série. Pre upresnenie zadania uvedieme, že vpísať kruh chápeme

v takom zmysle, že existuje také umiestnenie kruhu a mnohouholníka v rovine, že vnútro kruhu je podmnožinou vnútra mnohouholníka.

13. Nech $f(x)=ax^2+bx+c$, $x\in\mathbf{R}$, pričom koeficienty $a,b,c\in\mathbf{R}$ sú také, že rovnica $f(x)=x$ nemá reálne korene. Dokážte, že ani rovnica $f(f(x))=x$ nemá reálne korene.

Riešenie: Keďže funkcia *f* je spojitá a rovnica $f(x)=x$ nemá riešenie, tak musí pre všetky *x* reálne platiť buď $f(x)<x$ alebo $f(x)>x$. Bez ujmy na všeobecnosti predpokladajme, že platí $f(x)<x$. Potom platí aj

$$f(f(x))<f(x)<x,$$

a teda rovnica $f(f(x))=x$ nemá reálne korene.

Komentár a bodovanie: Úloha sa dala riešiť vo všeobecnosti pre spojité funkcie. Našli sa však aj také riešenia, ktoré sa úzko viazali na fakt, že ide o kvadratickú funkciu. Tie však boli oveľa dlhšie a neprehľadnejšie.

14. Nech $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú postupnosti prirodzených čísel. Dokážte, že existujú navzájom rôzne indexy *p* a *q*, pre ktoré súčasne platia nasledujúce nerovnosti:

$$a_p\geq a_q,\quad b_p\geq b_q,\quad c_p\geq c_q.$$

Riešenie: Uvažujme postupnosť $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ prirodzených čísel. Táto určite obsahuje neklesajúcu podpostupnosť, pretože množina prirodzených čísel je ohraničená zdola. (Dôkaz využíva ten fakt, že ak by bola táto postupnosť ohraničená zhora, potom by mohla nadobúdať len konečne veľa hodnôt, a teda niektorá by sa vyskytovala nekonečne veľakrát. Tým pádom by sme mali určenú konštantnú podpostupnosť, a teda aj neklesajúcu.) Nech je tou neklesajúcou podpostupnosťou postupnosť $\{a_{n_k}\}_{k=1}^{\infty}$. Uvažujme postupnosť $\{b_{n_k}\}_{k=1}^{\infty}$. Táto je podpostupnosťou postupnosti $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ a je taktiež postupnosťou prirodzených čísel. Z nej opäť vieme vybrať neklesajúcu podpostupnosť, ktorú si označíme $\{b_{n_{k_l}}\}_{l=1}^{\infty}$. Nakoniec uvažujme postupnosť $\{c_{n_{k_l}}\}_{l=1}^{\infty}$. Táto je podpostupnosťou postupnosti $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ a je taktiež postupnosťou prirodzených čísel. Z nej opäť vieme vybrať neklesajúcu podpostupnosť, ktorú si označíme $\{c_{n_{k_{l_m}}}\}_{m=1}^{\infty}$. Teraz už len stačí zvoliť $q=n_{1_{1_1}}$ a $p=n_{1_{1_2}}$. Na základe uvedenej konštrukcie platí

$$a_p\geq a_q,\quad b_p\geq b_q,\quad c_p\geq c_q.$$

Komentár a bodovanie: Úloha mala viacero možných riešení. Vyskytlo sa aj riešenie využívajúce preusporiadavanie nekonečných postupností, čo je úloha vcelku netriviálna a dokonca často aj nerealizovateľná... Ako problematickú si môžete predstaviť napr. postupnosť 1, 2, 1, 2, ... Ak by ste ju chceli usporiadať, tak na začiatku by bolo nekonečne veľa jednotiek a dvojky by začínali až niekde v „nekonečne“.

Výsledky korešpondenčnej súťaže po 2. kole

Kategória Z

Por.	Priezvisko a meno	Škola	Trieda	Učiteľ	PS	1	2	3	4	Spolu
1.	Lopata Ján	ZŠ Svit	8. B	Božová	17	5	5	4	5	**36**
2.	Hornyák Zsolt	G s VJM Nové Zámky	Kvarta C	Hornyák	19	5	4	4	2	**34**
3.	Marák Karoly	G s VJM Nové Zámky	Kvarta C	Hornyák	18	5	2	4	0	**29**
4.	Ľupták Filip	IV. ZŠ Detva, J. J. Thurzu	6. A	Sadovská	9					**9**
	Dolný Martin	ZŠ Bratislava	8. A		8	1	0	0	0	**9**
	Melicharová Jana	ZŠ Bratislava	8. A		8	1	0	0	0	**9**
	Novotný Juraj	Košice			8	0	1	0	0	**9**
	Novotný Peter	Košice			8	0	1	0	0	**9**
	Stankovič Ján	ZŠ Bratislava	8. A		8	1	0	0	0	**9**
10.	Hudáková Jolana	ZŠ Bratislava	8. A		7	1	0	0	0	**8**
11.	Starcová Zuzana	Žilina			6	0	2	0	0	**8**
	Takáč Martin	ZŠ Bratislava	8. B		6	1	0	0	0	**7**
	Varga Peter	ZŠ Bratislava	8. A		6	1	0	0	0	**7**
	Vargová Andrea	ZŠ Bratislava	8. A		6	1	0	0	0	**7**
15.	Perner Stanislav	ZŠ Bratislava	8. B		0	1	0	0	0	**1**

Kategória C

Por.	Priezvisko a meno	Škola	Učiteľ	PS	3	4	5	6	Spolu
1.	Herencsár Albert	G s VJM Z. Kodálya, Galanta	Gešková	11	5	5	5	5	**31**
2.	Flimmel Samuel	G Púchov	Jančiová	15	4	5	3	1	**28**
3.	Žársky Mário	G Púchov	Jančiová	14		3	4	0	**21**
4.	Hujer Peter	G Nitra, Párovská	Bíro	15					**15**
	Melchertová Anna	G Nitra, Párovská	Bíro	15					**15**
	Pažický Denis	G Nitra, Párovská	Bíro	15					**15**
	Vargová Natália	G Nitra, Párovská	Bíro	15					**15**
8.	Proksa Ondrej	G Nitra, Párovská	Bíro	9					**9**
9.	Suchetková Mária	G s VJM Šahy	Gajdácsová	8					**8**
10.	Slabý Zdenko	Žilina		6	0	1	0	0	**7**
11.	Králik Michal	Bratislava		5	0	0	0	0	**5**
12.	Bakošová Zuzana	Bratislava		3	0	0	0	1	**4**
	Konečný Milan	Košice		3	0	0	0	1	**4**
	Struhár Ján	Poprad		2	1	1	0	0	**4**
	Studený Alfonz	Košice		3	0	0	0	1	**4**

Kategória B

Por.	Priezvisko a meno	Škola	Učiteľ	PS	5	6	7	8	Spolu
1.	Boža Vladimír	G Poprad, D. Tatarku		19	5	5	5	5	**39**
2.	Živčáková Andrea	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Maďarová	19	4	5	5	5	**38**
3.	Juríková Katarína	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Oravcová	20	5	5	0	5	**35**
	Kobza Vladimír	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Magyarová	18	5	4	3	5	**35**
	Perešíni Ondrej	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Oravcová	19	5	3	4	4	**35**
	Vrbovská Mária	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Oravcová	18	5	5	2	5	**35**
7.	Kucbel Maroš	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Magyarová	19	4	3	3	5	**34**
8.	Šiagi Miroslav	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Oravcová	18	4	5	3	3	**33**
9.	Zubnárová Katarína	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Oravcová	13	5		0	3	**21**
10.	Alberty Roman	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Oravcová	9	2	1		5	**17**
11.	Kolesíková Mária	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Maďarová	13					**13**
12.	Pagáč Martin	G Púchov	Tanečková	12					**12**
13.	Dobrotka Tomáš	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Oravcová	11					**11**
	Nemec Juraj	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Oravcová	0	4	2		5	**11**
15.	Slovík Lukáš	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Oravcová	0		2	2	5	**9**
16.	Blesák Viktor	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	Oravcová	5			2		**7**

Kategória A

Por.	Priezvisko a meno	Škola	Trieda	Učiteľ	PS	7	8	9	10	Spolu
1.	Derňár Marek	OG Košice, Alejová 1	Septima B	Vavrinčíková	20	5	5	5	5	**40**
	Knebl Jaroslav	G A. Bernoláka, Námestovo	Oktáva B	Kompanová	20	5	5	5	5	**40**
	Perešíni Peter	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	4. F	Oravcová	20	5	5	5	5	**40**
	Škrovinová Katarína	G Nitra, Párovská	Oktáva	Teplička	20	5	5	5	5	**40**
	Takács Michal	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	4. F	Oravcová	20	5	5	5	5	**40**
6.	Blicha Martin	OG Košice, Alejová 1	Septima B	Vavrinčíková	20	4	5	5	4	**38**
7.	Holecyová Mária	G Nitra, Párovská	Septima	Teplička	19	5	5	2	4	**35**
	Veselovská Lenka	G M. M. Hodžu L. Mikuláš	Oktáva	Žiaková	20	5	5	4	1	**35**
9.	Bertová Slávka	OG Košice, Alejová 1	Oktáva B	Krajčiová	15	2	5	2	5	**29**
10.	Ficzová Monika	OA Šurany	3. A	Lauro	13	4	5	3	1	**26**
11.	Ľuptáková Paula	G J. G. Tajovského, B. Bystrica	4. F	Magyarová	14					**14**
12.	Blštáková Dominika	G Hlohovec	3. B	Vavrová	10	0	0		0	**10**
	Vranovský Michal	Nitra			10					**10**
14.	Minárová Silvia	G Hlohovec	3. B	Vavrová	7	0	0		0	**7**

Kategória π

Por.	Priezvisko a meno	Škola	Trieda	Učiteľ	PS	11	12	13	14	Spolu
1.	Škrovinová Katarína	G Nitra, Párovská	Oktáva	Teplička	20	5	2	5	5	**37**
2.	Derňár Marek	OG Košice, Alejová 1	Septima B	Vavrinčíková	19	5	2	5	5	**36**
	Takács Michal	G J. G. T., B. Bystrica	4. F	Oravcová	18	5	3	5	5	**36**
4.	Perešíni Peter	G J. G. T., B. Bystrica	4. F	Oravcová	19	5		5	5	**34**
5.	Knebl Jaroslav	G A. Bernoláka, Námestovo	Oktáva B	Kompanová	17	5	2	5	3	**32**
6.	Boža Vladimír	G Poprad, D. Tatarku	2. C		18	5	2	5	1	**31**
7.	Blicha Martin	OG Košice, Alejová 1	Septima B	Vavrinčíková	18	5	0	5	2	**30**
8.	Ficzová Monika	OA Šurany	3. A	Lauro	3	2		0		**5**
9.	Proksa Ondrej	G Nitra, Párovská	Kvinta	Bíro	2					**2**

Zadania úloh 3. série korešpondenčnej súťaže v školskom roku 2005/2006

1. Nájdite najmenšie prirodzené číslo *n* také, že $\sqrt{4n-2}$ je prirodzené číslo.

2. Každé z čísel $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sa rovná 0, 1 alebo -2. Navyše platí

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = -5,$$
$$x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = 19.$$

Určte hodnotu $x_1^5 + x_2^5 + \ldots + x_n^5$.

3. V štvoruholníku *ABCD*, ktorého obsah je 2, platí $|AB| + |BD| + |CD| = 4$. Určte dĺžku úsečky AC.

4. Čísla strán knihy sú 1, 2, ... Ak sčítame všetky tieto čísla strán, ale jedno z nich započítame dvakrát, dostaneme 2006. Ktoré číslo sme započítali dvakrát a koľko strán má kniha?

5. Nájdite všetky riešenia rovnice

$$x + \frac{96}{x} = \lceil x \rceil + \frac{96}{\lceil x \rceil},$$

kde $\lceil x \rceil$ označuje hornú celú časť *x*, teda také celé číslo, pre ktoré platí

$$x \le \lceil x \rceil < x + 1.$$

6. Nech *O* je taký bod vnútri rovnobežníka *ABCD*, pre ktorý platí

$$|\angle AOB| + |\angle COD| = 180°.$$

Dokážte, že $|\angle OBC| = |\angle ODC|$.

7. Uvažujme abecedu, ktorá obsahuje len tri rôzne písmená *a*, *b*, *c*. Nájdite počet takých slov obsahujúcich práve *n* písmen, ktoré obsahujú párny počet písmen *a*.

8. Nájdite najmenšie prirodzené číslo *K* také, že každá *K*-prvková podmnožina množiny $\{1, 2, \ldots, 50\}$ obsahuje dva rôzne prvky *a*, *b* také, že $a + b$ delí ab.

9. Dokážte, že pre každé prirodzené číslo $n \ge 3$ existujú také nepárne prirodzené čísla x_n, y_n, že platí $7x_n^2 + y_n^2 = 2^n$.

10. Nech $x > 1$ je reálne číslo, ktoré nie je prirodzeným číslom. Pre $n \in \mathbf{N}$ definujeme $a_n = \lfloor x^{n+1} \rfloor - x \lfloor x^n \rfloor$. Dokážte, že postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ nie je periodická.

11. Sú dané reálne čísla $0 = x_1 < x_2 < \ldots < x_{2n} < x_{2n+1} = 1$, pričom platí $|x_{i+1} - x_i| \le h$ pre $1 \le i \le 2n$. Dokážte, že potom platí nerovnosť

$$\frac{1-h}{2} < \sum_{i=1}^{n} x_{2i} \cdot (x_{2i+1} - x_{2i-1}) < \frac{1+h}{2}.$$

12. Dokážte, že pre každú dvojicu *m*, *k* prirodzených čísel existuje jednoznačné vyjadrenie *m* v tvare

$$m = \binom{a_k}{k} + \binom{a_{k-1}}{k-1} + \cdots + \binom{a_t}{t},$$

pričom $a_k > a_{k-1} > \ldots > a_t \ge t \ge 1$.

13. Nech $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ je taká funkcia, že pre všetky $x, y \in \mathbf{R}$ platí

$$f\left(x^3 + y^3\right) = (x+y)\left(f(x)^2 - f(x)f(y) + f(y)^2\right).$$

Dokážte, že potom pre všetky $x \in \mathbf{R}$ platí $f(2006x) = 2006 f(x)$.

14. Dokážte, že pre každé prirodzené číslo $k > 1$ existuje jeho násobok menší než k^4, ktorého dekadický zápis obsahuje maximálne štyri rôzne cifry.

Termín odoslania riešení úloh 3. série: do 15. 5. 2006

MINIMIX – Riešenia úloh 2. kola

4. Máme dve sviečky, ktoré horia rovnomerne. Prvá, tenšia a dlhšia, zhorí za 3 hodiny. Druhá, hrubšia a kratšia, zhorí za 4 hodiny. Ak ich súčasne zapálime, po dvoch hodinách majú obe sviečky dĺžku 10 cm. Akú mali pôvodnú dĺžku?

Riešenie: Za dve hodiny zhoreli dve tretiny tenšej a dlhšej sviečky a zostala jedna tretina z tejto sviečky, čo je 10 cm. Potom kratšia tenšia sviečka mala pôvodne dĺžku 30 cm. Z dlhšej sviečky zhorela jej polovica, preto jej pôvodná dĺžka je 20 cm.

5. Obrázok znázorňuje teleso, na ktoré sa pozeráme zhora. Číslo v štvorčeku znamená počet kociek položených na sebe. Nakresli pohľad spredu. Vypočítaj povrch daného telesa, ak hrana danej kocky je 5 cm.

2	3	1	2

Riešenie: Spolu máme 8 kociek. Obsah jednej steny kocky je 25 cm^2. Predná stena má obsah 8 . 25 cm^2 = 200 cm^2, zadná stena 200 cm^2, základňa 4 . 25 = 100 cm^2, vrchné steny 4 . 25 cm^2 = 100 cm^2 a bočné steny 8 . 25 cm^2 = 200 cm^2. Povrch telesa sa preto rovná 200 cm^2 + 200 cm^2 + 100 cm^2 + 100 cm^2 + 200 = 800 cm^2.

6. Martina zaplatila za 6 minerálnych vôd aj s fľašami 84 Sk. Keď vrátila 6 prázdnych fliaš a kúpila 4 tie isté minerálky, platila 32 Sk. Koľko korún je záloha za jednu fľašu?

Riešenie: Jedna minerálna voda stojí 84 : 6 = 14 Sk, štyri minerálky 56 Sk. Keďže platila 32 Sk, za 6 prázdnych fliaš dostala 56 – 32 = 24 Sk. Záloha za jednu minerálku je potom 24 : 6 = 4 Sk.

MINIMIX – Súťažné úlohy 3. kola

7. Namiesto * doplňte cifry 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 do troch sčítancov. Jeden sčítanec je dvojnásobok iného sčítanca. Posledný sčítanec je ľubovolný. Cifry sa môžu opakovať. Cifra 0 nemôže byť na mieste stoviek. Vypíšte všetky možnosti riešenia úlohy.

$$\begin{array}{ccc} * & * & 1 \\ * & 2 & * \\ * & * & * \\ \hline 6 & 5 & 3 \end{array}$$

8. 15 detí bolo s pani učiteľkou na výlete. Zastavili sa pri občerstvení, kde predávali džús po 20 Sk, kofolu po 12 Sk a minerálnu vodu po 7 Sk. Pani učiteľka kúpila každému dieťaťu jeden nápoj. Za všetky zaplatila spolu 190 Sk. Zistite, koľko detí dostalo džús, koľko kofolu a koľko minerálku.

9. Pán Veselý poslal syna Mirka odniesť balík s hmotnosťou 10 kg na poštu. Pošta bola od ich bydliska vzdialená 1,6 km. Druhého syna Tomáša požiadal, aby odnášal koše s jablkami od každého stromu v záhrade do stodoly. Každý kôš s jablkami mal hmotnosť 10 kg. V záhrade bolo 12 stromov. Rástli v rade za sebou a vzdialenosť medzi nimi bola 10 m. Prvý strom bol od stodoly, kam sa jablká ukladali, vzdialený tiež 10 m. Zistite, ktorý z bratov niesol bremeno po dlhšej dráhe.

Termín odoslania riešených úloh: do 15. 5. 2006.

MINIMIX – Výsledky po 2. kole

Por.	Meno	Učiteľ	Základná škola	Tr.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Súčet
1.	Michal Benej	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.B	10	10	10	10	10	10	60
	Milan Ďurjančík	I. Macáková	Benkova 34, Nitra	4.U	10	10	10	10	10	10	60
	Milan Gašparík	K.Kunová	Benkova 34, Nitra	4.U	10	10	10	10	10	10	60
	Zuzanka Králiková		Bruselská ul., Košice	2.C	10	10	10	10	10	10	60
	Miroslav Novák	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.B	10	10	10	10	10	10	60
	Janka Ondrejčáková	I. Macáková	Benkova 34, Nitra	4.U	10	10	10	10	10	10	60
	Martina Pivarníková	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.A	10	10	10	10	10	10	60
	Denis Rozložník	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.A	10	10	10	10	10	10	60
	Peter Vook	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.B	10	10	10	10	10	10	60
	Martin Vrabac	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.A	10	10	10	10	10	10	60
	Alexandra Žilková	I. Macáková	Benkova 34, Nitra	4. U	10	10	10	10	10	10	60
12.	Jakub Ács	K. Kiačková	Benkova 34, Nitra	4. T	10	9	10	10	10	10	59
13.	Dušan Buček	K. Kunová	Benkova 34, Nitra	4.U	10	8	10	10	10	10	58
	Adam Múdry	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B	10	9	10	10	9	10	58
15.	Majo Ivančík	K. Kiačková	Benkova 34, Nitra	4.U	10	8	10	10	9	10	57
	Saška Šabová	I. Urcikánová	Benkova 34, Nitra	3.U	10	7	10	10	10	10	57
17.	Roman Staňo	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.B	10	10	10	5	10	10	55
18.	Jakub Gubáň	K. Kiačková	Benkova 34, Nitra	4.T	10	9	8	10	7	10	54
19.	René Michal Cehlár	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.A	10	10	10	10	10	2	52
	Cyril Pavlovič	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B	10	2	10	10	10	10	52
21.	Jakub Marták	I. Urcikánová	Benkova 34, Nitra	3.U	10	10	10	10	7	4	51
22.	Jakub Cimbala	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.A		10	10	10	10	10	50
23.	Jakub Hromada	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.B	10	10	10	10	9	0	49
	Štefan Masič	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.A	10	9	10	10	10		49
25.	Arek Antonewicz	K. Kiačková	Benkova 34, Nitra	4.T	10	6	8	9	5	10	48
	Dominik Benko	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.B	10	8	10	10	10	0	48
27.	Jakub Kupčík	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.B		8	9	10	9	10	46
28.	Michal Greššák	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.A	0	6	10	10	9	10	45
	Daniel Hajduk	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.B	10	10	2	10	10	3	45
	Oliver Koreň	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.A	10	10	10	10	5	0	45
31.	Šimon Tabačko	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.A	10	1	10	5	10	8	44
	Rastislav Zdechovan	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.A	10	0	4	10	10	10	44
33.	Soňa Vargová	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B	10	4	10	10	9	0	43
34.	Florián Hatala	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.B	10	10	10	10	0	0	40
	Viktória Žilková	K. Kiačková	Benkova 34, Nitra	2.T		10	10	10	10		40
36.	Petra Eškutová	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.B		7	10	10	9	2	38
	Laura Fabianová	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.A	10	5	10	3	0	10	38
38.	Tomáš Daneshjo	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.A			10	10	6	10	36
	Monika Kunayová	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B	10	1	10	5	0	10	36
40.	Adam Örlahmi	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.A	10	5	10	10	0	0	35
41.	Xénia Baranová	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.B	10	5	10	0	9	0	34
42.	Katarína Burdová	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.A		9	10	5	9	0	33
	Faustíba Ciprusová	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.A	10	3	10	0	10	0	33
	Jakub Krajňák	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	3.B	0	5	1	10	7	10	33
45.	Mário Bujňák	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B	10	1	10	10	0	2	32
	Deniska Stronček ová	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B	10	2	10	10	0	0	32
47.	Patrícia Čigášová	K. Kiačková	Benkova 34, Nitra	4.T	10	10	10				30
	Adam Kollár	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.A	0	2	10	10	0	8	30

47.	Zuzana Krajčovičová		Mierova 134, Svit	4.A	10	10	10				30
	Sophia Sommerová	K. Kiačková	Benkova 34, Nitra	4.T	10	10	10				30
	Niki Stripaj	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.A	10	4	6	0	0	10	30
52.	Marinka Kapasná	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B	10	4	10	5	0	0	29
	Mária Lukáčová	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B	10	5	9	5	0	0	29
54.	Robert Selvek	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.A	10	5	0	2	0	10	27
	Petra Tocíková	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B	10	7	10	0	0	0	27
56.	Richard Černík	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B	0	2	10	5	0	9	26
	Tara Stefanyi	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B	10	1	10	5	0	0	26
58.	Michal Bali	K. Kiačková	Benkova 34, Nitra	4.T	10	5	10				25
	Matúš Greguš	K. Kiačková	Benkova 34, Nitra	4.T	10	5	10				25
60.	Terézia Volavková	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.A	10	4	10				24
61.	Mário Igáz	K. Kiačková	Benkova 34, Nitra	4.T	10	9	4				23
62.	Tomáš Petty	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B	0	1	10	10	0	0	21
63.	Lucia Káčeriková	K. Kunová	Benkova 34, Nitra	4.U				10	9	0	19
	Daniel Rozický	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.A	0	9	10				19
	Sarah Shahpesandy	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.B		9	10				19
66.	Katka Krajčiová		Jenisejská 22, Košice	3.B	0	8	10				18
67.	Dušan Zis	V. Ferenčíková	Krosnianska 4, Košice	4.A	0	2	3	0	10	0	15
68.	Jakub Lokša	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.A	0	1	1	2	8	0	12
69.	Samuel Alezár	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.A	10	4	10	5	0	2	7
70.	Barbora Latečková	K. Kiačková	Benkova 34, Nitra	4.U				5	0	0	5
	Evka Marková	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B				5	0	0	5
	Terézia Marková	D. Vajková	Krosnianska 4, Košice	3.B				5	0	0	5

Cestovná kancelária a umelecká agentúra ELÁN, s.r.o., Hlavná 5, 040 01 Košice
T.č.: 055/62 300 04 – 05 mobil: 0903 607 705
Telfax: 055/62 300 04 e-mail: ckelan@ckelan.sk

CK ELÁN – Letné tábory na leto 2006

Naša cestovná kancelária, ktorá zabezpečuje pobyty pre deti počas celého roka, je na trhu už 14. sezónu. Aj touto cestou sa vám chceme poďakovať za váš záujem o naše produkty. Svedčí o tom aj stále rastúci počet klientov, ktorých je do dnešného dňa viac ako **35 000**.

Pri výbere zariadení sa snažíme o to, aby spĺňali kritéria pre organizovanie letných detských táborov, aby boli v atraktívnom prostredí (Tále, Bojnice, Poráč, Zuberec – Orava, Pieniny, Vysoké Tatry, Kováčová, Levoča, Donovaly, Demänovská dolina) Program prispôsobujeme vekovej skladbe detí a mládeže a tiež charakteru tábora s využitím možností, ktoré nám daná lokalita ponúka.

O deti a mládež sa starajú **skúsení táboroví pracovníci**, ktorých vyberáme na základe konkurzov na PdF a FF PU, resp. sú to mladí pedagógovia z praxe, veselí, zodpovední a zanietení táborníci, ktorí prechádzajú školeniami a pohovormi so zástupcami CK ELÁN. O zdravotný stav sa starajú **lekári, resp. zdravotníci**.

Našou výhodou je, že sme zároveň majiteľmi umeleckej agentúry, čoho dôkazom je aj návšteva **množstva umelcov** v našich táboroch – Majster „N“, Jana Kirschner, No Name, Roman Volák, ...

Na našej stránke www.ckelan.sk uverejňujeme už v priebehu turnusov aktuálne fotografie!

pozýva všetkých, ktorých zaujíma matematika a fyzika do

Chceš stráviť časť prázdnin aktívne a zaujímavo?

Letného tábora Pikomatu a Pikofyzu

Kedy? **29. 7. 2006 – 5. 8. 2006**

Kde? **Škola v prírode, Dobrá Voda**

Pre koho je určený? **Pre absolventov 1. až 3. ročníka SŠ, resp. kvinty až septimy OG**

Čo ťa čaká? Spoznáš nových ľudí, ktorí majú podobné záujmy ako Ty. Pripravený bude bohatý program, v ktorom nebudú chýbať hry, súťaže a množstvo príležitostí na objavovanie tajomstiev sveta matematiky a fyziky.

Ďalšie dôležité informácie:

- **Cena:** 2560 Sk, v cene je zahrnuté ubytovanie, strava 5 x denne, pitný režim, program. V cene nie je zahrnutá doprava.
- **Doprava:** V prípade dostatočného záujmu ponúkame možnosť spoločnej dopravy vlakom zo smeru Bratislava a zo smeru Košice.
- **Zľavy:** Úspešní riešitelia našich seminárov môžu využiť zľavu, formou poukážok na zľavu. V takom prípade je potrebné poslať spolu s prihláškou originál poukážky na zľavu.
- **Rezervácie** sú možné telefonicky, alebo e-mailom na dobu max. 14 dní.
- **Spôsob prihlásenia sa:** Po vyplnení záväznej prihlášky ju pošli na uvedenú adresu. Po obdržaní prihlášky Ti zašleme potvrdenie o účasti spolu s poštovými poukazmi na zaplatenie zálohy aj celého poplatku. Asi mesiac pred odchodom do tábora Ti pošleme informácie o spoločnej doprave spolu s prihláškou na dopravu.
- **Termín platby:** Po obdržaní potvrdenia účasti, najneskôr do 30.6.2006.

Ak máš nejaké otázky, kontaktuj nás na: 02 / 55 64 57 33, http://www.p-mat.sk, e-mail: p-mat@p-mat.sk

Záväzná prihláška

Prihlasujem svojho syna/dcéru do letného tábora PIKOMATu a PIKOFYZu
29. 7. – 5. 8. 2006 v Dobrej Vode v cene 2560,- Sk

Údaje účastníka

Meno a priezvisko: .....Dátum narodenia:……...….....

Adresa:…….....……PSČ:…...……..

Tel./mobil: ..... E-mail:.....……..

Škola: ……..…….Trieda:…….....……...

Voľnočasové aktivity, záujmy (krúžky, kluby, kurzy, semináre a pod.):.....……

Zvláštnosti účastníka (alergie, lieky, diéty a iné):.....…….....…….....

Kontakt na rodičov

Meno a priezvisko: .....

Tel.: ..... Mobil: .....

E-mail: .....

Potvrdenie o účasti a ďalšiu korešpondenciu posielať e-mailom – poštou.*

* nehodiace sa škrtnite

☐ Uplatňujem zľavu na základe priloženej poukážky vo výške ..... Sk (originál poukážky prikladám)

Súhlasím so spracovaním osobných údajov v informačnom systéme P-MATu.

V ..... dňa: ....

podpis účastníka podpis rodiča

Vyplnenú prihlášku pošli na adresu **P-MAT, n. o., P. O. BOX 2, 814 99 Bratislava 1**

O b s a h

Redakčná pošta .....2. strana obálky
Dušan Jedinák: Aristoteles zo Stageiry – cesta k vzdelanosti 1
Riešené úlohy regionálneho kola súťaže Praktická matematika..... 3
Výsledkové listiny regionálneho kola súťaže Praktická matematika 7
Riešenia úloh 2. série korešpondenčnej súťaže..... 13
Výsledky korešpondenčnej súťaže po 2. kole – kategória Z 22
Výsledky korešpondenčnej súťaže po 2. kole – kategória C 22
Výsledky korešpondenčnej súťaže po 2. kole – kategória B 23
Výsledky korešpondenčnej súťaže po 2. kole – kategória A 23
Výsledky korešpondenčnej súťaže po 2. kole – kategória π 23
Zadania úloh 3. série korešpondenčnej súťaže v školskom roku 2005/2006 24
MINIMIX – Riešenia úloh 2. kola 25
MINIMIX – Súťažné úlohy 3. kola 26
MINIMIX – Výsledky po 2. kole..... 27
Pozvánky do táborov 28



MATMIX – matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl, vydáva Metodicko-pedagogické centrum v Bratislave na Tomášikovej ulici s finančnou podporou Európskeho sociálneho fondu ako pomocnú literatúru pre PK matematiky a pre žiakov so záujmom o matematiku.

Šéfredaktor: RNDr. Ľudovít Hrdina, CSc.

Redakcia: PhDr. Katarína Dzúriková, Ing. Mgr. Martin Hriňák, PhDr. Soňa Hronská

Tlač a väzba: Eduard Rác

Vydavateľ: Metodicko-pedagogické centrum, Tomášikova 4, P. O. BOX 14, 820 09 Bratislava 29

Adresa redakcie: Metodicko-pedagogické centrum, MATMIX, resp. pre 1. stupeň ZŠ MINIMIX, Tomášikova 4, P. O. BOX 14, 820 09 Bratislava 29

Telefóny: 02/ 48 20 94 32, 43 42 22 53, 43 42 57 90 **Fax:** 02/ 43 33 59 46

E-mail: hrdina@mctba.sk, hrinak@mctba.sk

www stránka: www.matmix-web.sk

Registračné číslo MK SR: 3449/2005

ISSN: 1336-7854

Náklad: 500 ks

Vychádza 4-krát ročne.