PRÍKLADY celoštátnej súťaže SOU a SOŠ Praktická matematika pre školský rok 2003/04

Kategórie: K, L

1. Traja kamaráti musia absolvovať 84 km dlhú cestu. Majú k dispozícii dva bicykle, pričom na jednom bicykli môže sedieť naraz len jeden z nich. Žiadny z nich na bicykli nemôže ťahať za sebou prázdny bicykel. Rýchlosť kamarátov pešo je 5 km/h, na bicykli 20 km/h. Určte minimálny čas, za ktorý sa môžu všetci dostať do cieľa a popíšte, akým spôsobom to dosiahnu.

2. Martin napísal na tabuľu dve prirodzené čísla, potom vypočítal ich súčet, rozdiel, súčin a podiel. Sčítaním týchto štyroch výsledkov dostal číslo 243. Ktoré dve čísla boli napísané na tabuli?

3. Dĺžky strán pravouhlého trojuholníka sú dvojciferné prirodzené čísla, pričom číslo vyjadrujúce dĺžku prepony dostaneme obrátením poradia číslic v čísle vyjadrujúcom dĺžku niektorej odvesny. Určte dĺžky strán trojuholníka.

4. Nech K, L, M, N sú stredy strán konvexného štvoruholníka ABCD. Obsah trojuholníka KLM je 8 cm^2. Vypočítajte obsah štvoruholníka ABCD. (Konvexný alebo vypuklý štvoruholník má všetky vnútorné uhly menšie ako 180°.)

Kategórie: M, N

1. Mestečko má menej ako 6 000 obyvateľov. Medzi deťmi je o 10% viac dievčat ako chlapcov, medzi dospelými je o 15% viac mužov ako žien. V mestečku žije o 20% viac detí ako dospelých. Určte počet obyvateľov tohto mestečka.

2. Riešte sústavu

$$x + 2y + 3z = x^2 - z^2 + 12$$
$$y + 2z + 3x = y^2 - x^2 + 12$$
$$y^2 + y = z^2 + z$$

kde x, y, z sú reálne čísla.

3. Do rovnoramenného lichobežníka je vpísaná kružnica. Obvod lichobežníka je 100 cm a vzdialenosť dvoch dotykových bodov kružnice s ramenami lichobežníka je 16 cm. Vypočítajte, koľko percent lichobežníka zaberá vpísaný kruh.

4. Stredy strán v ostrouhlom trojuholníku ABC označíme K, L, M. Z každého bodu zostrojíme dve kolmice na protiľahlé strany trojuholníka. Takto zostrojených šesť kolmíc ohraničuje šesťuholník. Určte pomer medzi obsahom šesťuholníka a obsahom trojuholníka.

Výsledky:

Kategórie K, L:

1. 8,4 hodiny.
2. 24, 8 alebo 54, 2.
3. 33, 56, 65
4. 32 cm^2.

Kategória M, N:

1. 700 žien, 805 mužov, 860 chlapcov, 946 dievčat.
2. (2,2,2), (7,7,–8), (–8,7,7), (7, –8, 7)
3. Obsah lichobežníka – 500 cm^2, 62,8%
4. Obsah šesťuholníka : obsah trojuholníka = 1 : 2