Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Bratislava 1

Ročník: 14
Číslo: 1
Šk. rok: 2008/2009

Matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl

MATMIX

Číslo je základ všetkých vecí chápaných myslením.

Mikuláš Kuzánsky

Redakčná pošta

Milí čitatelia,

som rád, že sme sa po dlhej odmlke zase stretli. Ako ste si určite všimli na titulnej stránke, časopis už nevydávame pod hlavičkou Metodicko-pedagogického centra, ale Jednoty slovenských matematikov a fyzikov. S tým súvisí aj zmenená adresa pre zasielanie riešení úloh korešpondenčnej súťaže.

Asi ste všimli, že tento ročník MATMIX-u je značne oneskorený, avšak aj tak dúfam, že stihneme vydať všetky štyri čísla časopisu do konca júna a stihneme aj korešpondenčnú súťaž. Tá je zadaná trochu netradične oproti predchádzajúcim rokom – v tomto čísle nájdete zadania prvých dvoch sérií. Keďže môžete naraz riešiť obe série, interval medzi ich zaslaním je o niečo kratší, ako ste boli zvyknutí.

Prejdime teraz k tomu, čo sa odohralo od vydania posledného časopisu. Záverečné sústredenie riešiteľov našej korešpondenčnej súťaže sa uskutočnilo v školiacom stredisku Metodicko-pedagogického centra v Budmericiach. Na našej webovej stránke www.matmix.sk si môžete pozrieť z neho fotografie.

Na konci roka 2008 skončil aj náš projekt z Európskeho sociálneho fondu, vďaka ktorému sme mohli vydávať časopis a organizovať sústredenia bezplatne. Poslednou aktivitou, ktorú sme realizovali, bolo vydanie publikácií Netradičné metódy vo vyučovaní matematiky a Metódy riešenia matematických úloh. Prvá publikácia obsahuje pohľad do histórie časopisu a realizovaných aktivít (sústredenia žiakov, školenia učiteľov či matboje). Druhá obsahuje zbierku vyše 730 úloh (na každý deň roka aspoň dve), ktoré sa objavili v časopise, ale aj takých, ktoré neboli doteraz publikované. Navyše niektoré časti obsahujú aj teoretický úvod do problematiky. Tieto publikácie budú postupne distribuované na všetky školy, ktoré odoberali časopis v minulom školskom roku, a riešiteľom korešpondenčnej súťaže. Zároveň budú tieto publikácie distribuované aj na alokovaných pracoviská MPC.

Práve v tomto čase podávame projekt na ďalšie vydávanie časopisu a organizáciu matbojov, takže nám držte palce. Jeden z podávaných projektov nám už bohužiaľ neprešiel a jedným z dôvodov bolo, že na Slovensku je už príliš veľa matematických seminárov. Máte aj vy ten pocit? Svoje názory nám môžete posielať na našu e-mailovú adresu matmix@matmix.sk.

Veľa úspechov v novom školskom roku a pri riešení súťažných úloh vám želá

Martin Hriňák

Mikuláš Kuzánsky – aby sa protiklady nevylučovali

Neskorý stredovek

Žil na rozhraní stredoveku a renesancie. Osamotený myslitel' ovládal súdobé myšlienkové prúdy aj ich antické pramene. Zavŕšil stredovekú teologickú tradíciu, vyzval k vyhodnoteniu empirických faktov poznávaných v prírode. Spoznal, že na pochopenie tajuplných a protikladných vlastností sa najlepšie hodí matematika. Rozlíšil tri stupne poznania. Zmyslové poznanie predkladá základné javy, rozumové spoznáva všeobecné a vytvára čísla, intelektuálno-duchovné poznávanie objavuje súvislosti i súperenie protikladov.

Mikuláš Kuzánsky (1401 – 1464) pochádzal z mestečka Kues na brehu rieky Mosel. Jeho otec Henne Chrypffs bol lodiar a vinár. Po odchode z domova Mikuláš začal používať meno **Nicolas Cusanus.** Vyštudoval právo v Heidelbergu a Padove (1422), nevenoval sa mu, pretože sa rozhodol pre duchovnú dráhu. Stal sa kňazom, neskôr bol cirkevný hodnostár (kardinál 1448, biskup 1450) a diplomat. Ako pápežský vyslanec bol na koncile v Bazileji (1431) i vo Florencii (1439). Slúžil myšlienke intelektuálnej a náboženskej jednoty kresťanského sveta, koordinoval moc svetskú a duchovnú.

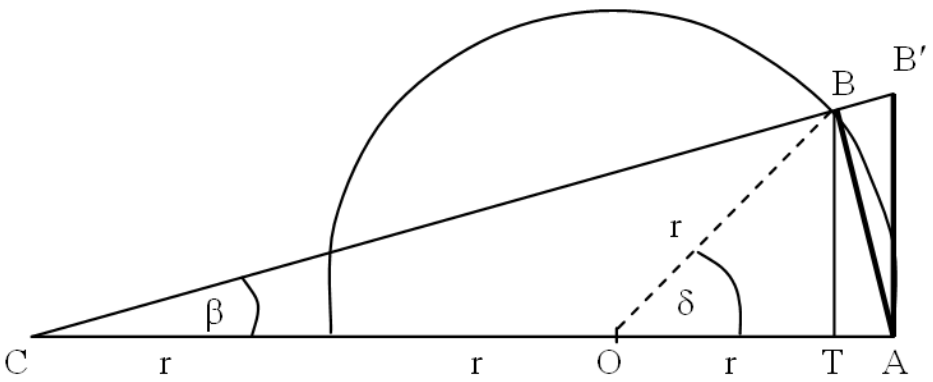
Rozptýlená jednota mnohosti

Zaujímavou charakteristikou jeho veľmi obsiahleho diela (spisy politicko-náboženské, filozoficko-teologické i fyzikálno-matematické) je učenie o jednote a splývaní protikladov v Bohu ako absolútne nekonečnom bytí. V práci ***O učenej nevedomosti*** (*De docta ignorantia*, 1439 – 1440) si uvedomil, že naša ľudská principiálna neschopnosť úplného poznania (*Intelekt, ktorý nie je pravdou, nikdy nepochopí pravdu tak presne, že by postupom do nekonečna nemohla byť pochopená presnejšie.*) je základom ľudskej učenej nevedomosti o podstate sveta. O Bohu i prírode budeme mať vždy iba domnienky. Boh je večná Jednota, Zhoda, Totožnosť. Boh obsahuje všetko stvorené i vo všetkom je prítomný. Všetko v ňom je ním, je vo všetkých veciach tým, čím sú. Boh sa ukazuje ako svet. Svet je jednota v mnohosti, odvodené nekonečno, priestor a symbol neviditeľného. Boh je skrytá rovina všetkého existujúceho. Boh je nevysloviteľný, lebo je nekonečne väčší od všetkého, čo sa dá vymenovať. Jednota je rozptýlená do mnohosti, jednoduchosť do zložitosti, nekonečno do konečna, večnosť do času, nevyhnutnosť do možnosti. Poznanie je tvorivé priblíženie rozumu k podstate pozorovaných a vnímaných javov, ktoré sú vysvetliteľné zo seba samých, ale len vo vzťahu k celku.

Priateľ matematiky

Kuzánsky uvažoval aj o prírodných vedách. Uznal, že jednota látky a formy sa uskutočňuje prostredníctvom pohybu. Zem nepokladal za centrum vesmíru, uznával hypotézu jej pohybu. Predpokladal systém a harmóniu vesmíru na základe matematických princípov. Poukázal na potrebu reformovať kalendár, zostavil mapu strednej Európy. Zaviedol meranie pulzu ako pomôcku pre diagnostiku, navrhol okuliare s konkávnymi šošovkami. Bol označovaný aj za milovníka matematiky. Zaujímal sa o približné geometrické konštrukcie. Vedel, že nie je možná presná kvadratúra kruhu. Pre postup rektifikácie kružnicového oblúka podal zaujímavý návrh, ktorý bol jednoduchý a pomerne presný – s chybou asi 0,2 %.

Kuzánskeho aproximácia dĺžky kružnicového oblúka



Dokreslime si do obrázka trojuholník $AB'C$. Kratší oblúk AB budeme aproximovať úsečkou AB'. Zvoľme si jednotkový polomer $r = 1$. Potom $\sin\delta = |BT|$, $\cos\delta = |OT|$. Keďže $|AC| = 3$, tak $|AB'| = 3 \cdot \mathrm{tg}\,\beta$. V trojuholníku CTB platí

$$\sin\beta = \frac{|TB|}{|BC|} = \frac{\sin\delta}{|CB|} = \frac{\sin\delta}{\sqrt{5 + 4\cos\delta}},$$

pretože

$$|CB| = \sqrt{\left(2 + |OT|\right)^2 + |BT|^2} = \sqrt{\left(2 + \cos\delta\right)^2 + \left(\sin\delta\right)^2} =$$
$$= \sqrt{4 + 4\cos\delta + \cos^2\delta + \sin^2\delta} = \sqrt{5 + 4\cos\delta}.$$

Potom

$$|AB'| = 3 \cdot \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = 3 \cdot \frac{|BT|}{|CB|} \cdot \frac{1}{\frac{2+|OT|}{|CB|}} = 3 \cdot \frac{\sin\delta}{|CB|} \cdot \frac{|CB|}{2 + |OT|} = 3 \cdot \frac{\sin\delta}{2 + \cos\delta}.$$

Napríklad pre $\delta = 45°$ dostávame, že $|AB'| \doteq 0{,}7836$ a dĺžka oblúka $\left|\widehat{AB}\right| = \pi / 4 \doteq 0{,}7854$.

Matematické myslenie slúži k poznaniu pravdy

Mikuláš Kuzánsky pripúšťal, že matematika môže byť nástrojom skúmania prírody. Údaje získané z pozorovania a merania vedú k poznaniu pravdy. *Všetko skúmanie je porovnávaním, lebo používa pomer ako prostriedok... Číslo je výrazom jednoty... Počet (číslo) znamená pomer. Pomer je myšlienková konštrukcia... Číslo je základ všetkých vecí chápaných myslením... K poznaniu božských vecí je nám otvorená iba cesta prostredníctvom symbolov... Matematika nám najviac pomáha pri pochopení rozličných božských vecí.* Už vo svojej dobe ponúkol systémové a štrukturálne myslenie, v ktorom sa poznávané entity premieňajú vo vzájomných väzbách. Celok v jednote mnohosti spája aj protiklady. Všimol si problém aktuálneho nekonečna, dialektiku spojitého a diskrétneho, jednoty a mnohosti, možnosti a uskutočnenia, bytia i nebytia. Vytušil zhodu protív vo vyššom pohľade, v najvyššom existujúcom bytí.

Jednota pre vieru, Tajomstvo pre rozum

Filozof a teológ, hodnostár a diplomat, učenec a humanista Mikuláš Kuzánsky zjednocoval náboženský i svetský zmysel duchovného zápasu, smelé špekulácie i hlbokú katolícku nábožnosť, plodné myšlienky novoplatonizmu i mysticizmu prijímané cez prizmu racionálnej vedy a rodiacej sa renesancie, spoločenskú znášanlivosť náboženských konfesií. Aj po stáročiach ukazuje smer k vnútorne skrytej povahe ľudskej objavnosti a myšlienkovej tvorivosti, k odhaľovaniu a odkrývaniu tajomstiev každého druhu. Napriek tomu, že vedieť znamená poznávať nemohúcnosť spoznania, Mikuláš Kuzánsky nás stále inšpiruje smerom k Jednote nad všetkými protikladmi.

Dušan Jedinák

Školská matematika ako radosť z premýšľania

Tradičná ponuka

Zamyslime sa nad možnosťami, ktoré sa nám otvárajú študovaním matematiky v našich školách. Možno aj vy uznáte, z vlastného poznania vyučovania i štúdia školskej matematiky, že ste boli vedení k presnému mysleniu a pestovali už vtedy zreteľné, stručné, výrazné a logické vyjadrovanie. Spoznali ste cestu od konkrétneho k abstraktnému, od jednotlivého a osobitého k všeobecnému i naopak. Museli ste sledovať argumenty oponenta a preverovať svoje subjektívne názory. Tým ste sa dostali k nestrannému objektivizmu, schopnosti priznať omyl, chápať problémy z rôznych hľadísk. Ak ste boli čo len v školskej matematike úspešní, získali ste aj schopnosť účinnejšie odovzdávať svoje vedomosti, zručnosti i túžby do vedomia iných ľudí. Spoznali ste nevyhnutnosť ľudskej spolupráce. Stali ste sa viac a pre iných hodnotným človekom.

Matematické pojmy a postupy, štrukturálne vedomosti i výpočtové zručnosti, spôsob argumentácie a dokazovania, môžu prispievať k organizovanému systému základných poznatkov vhodných pre každý odbor ľudskej činnosti. Štúdium matematiky má byť ponúkané ako históriou osvedčený prirodzený postup rozumového modelovania pestrej reálnej skutočnosti, ktorú odráža myšlienková aktivita ľudských bytostí.

Zušľachťovanie rozumom

Už od Aristotela (384 – 322 pred n. l.) vieme, denne sa o tom máme možnosť presvedčiť, že človek je pozoruhodný svojou schopnosťou premýšľať (asociovať a idealizovať, odhaľovať súvislosti a kvantifikovať ich, abstrahovať i zovšeobecňovať, študovať vzory a vytvárať modely). Francúzsky filozof a prírodovedec Blaise Pascal (1623 – 1662), známy znalec rozporuplnosti ľudskej povahy, ponúkal presvedčenie, že ľudská dôstojnosť spočíva v myslení. *Človek je zrejme stvorený na to, aby myslel. V tom je celá jeho dôstojnosť i prednosť; jeho povinnosťou je, aby myslel správne*. Základným znakom myslenia je logické, dôsledné, usporiadané, presné a všestranné hodnotiace uvažovanie. Tam, kde nastupuje zdôvodnené usudzovanie, abstraktné usporiadanie a príčinnosť faktov, tam sa vkráda matematika ako univerzálny prostriedok každej vedy, ako nástroj poznávania obrazu skutočnosti. Nikde ľudské myslenie nevystupuje s takou jasnosťou ako v matematike, ktorá sa zaoberá najvšeobecnejšími vecami, vie abstrahovať a pracovať s ideálnymi predstavami. Matematika ukázala, že najväčšie abstrakcie sú tými pravými nástrojmi, ktorými môžeme preverovať svoje uvažovanie o konkrétnych faktoch.

Rozumová činnosť nám ponúka pochopenie i porozumenie vo vyšších syntézach než je len vnímanie, pamäť či obrazotvornosť. Vývoj ľudskej civilizácie je presvedčivým a mnohostranným dôkazom úspešnosti toho, čo nazývame kultúra myslenia. Matematický spôsob uvažovania a argumentácie, s využitím abstrakcie a zovšeobecňovania, umožnil nečakaný rozvoj štrukturálnych súvislostí i uplatnenie vzťahovej príčinnosti. Kombinácia matematiky, predstavivosti a experimentu sa stala najmocnejším nástrojom ľudstva pri prenikaní do tajomstiev prírody i ľudskej myšlienkovej aktivity.

Matematická kultúra

Celá doterajšia civilizácia ľudstva naznačuje, že medzi prírodou a človekom je vzťah poznávania, ktorý môžeme charakterizovať ako medzisvet rozumu. V ňom má nezastupiteľnú úlohu matematika ako symbolický univerzálny jazyk, umožňujúci popis rôzneho obsahu, vyjadrujúci presné a jasné myslenie smerujúce k riešeniu najrozličnejších problémov. Matematické poznávanie sa stáva umením vnímať a prenášať ľudské myšlienky o abstraktných súvislostiach. Správne myslieť znamená pochopiť,

úplne argumentovať, dokazovať, presviedčať. Matematika ako škola úsudkov, dôkazov a logickej presvedčivosti prispieva k rozvoju pozorovacích schopností, pamäti, predstavivosti, vnímavosti aj pre nematematické súvislosti. Veľmi presne to vyjadril poľský matematik a logik A. Tarski (1901 – 1983): *Tým, že matematika spresňuje a zjednocuje významy pojmov vo svojej oblasti, a že zdôrazňuje nevyhnutnosť takéhoto spresňovania a zjednocovania v každom inom odbore, vedie k možnosti lepšieho porozumenia medzi tými, ktorí majú snahu ho dosiahnuť. Na druhej strane tým, že zdokonaľuje a zjemňuje nástroje myslenia, robí ľudí kritickejšími a zmenšuje pravdepodobnosť toho, že budú zvedení všetkými možnými pseudoúvahami, ktorými sú dnes vystavení v rôznych oblastiach sveta*.

Asi ťažko možno popierať, že sa pri štúdiu matematiky vytvárajú, rozvíjajú a upevňujú kladné charakterové, vôľové a morálne vlastnosti: svedomitosť, presnosť, korektnosť, sústavnosť, dôkladnosť, sebakritickosť, zodpovednosť, iniciatívnosť, vytrvalosť, húževnatosť. Matematika sa neznáša s povrchnosťou a nesystematickosťou. Krása logickej výstavby, hlboká nadväznosť a prehľadnosť postupov zanecháva štúdiom matematiky hlboké estetické zážitky. Tak sa dostaneme až do oblasti citu i krásy. To sú hodnoty humanitné, ktoré prehlbujú ľudskú ušľachtilosť.

Prečo študovať už školskú matematiku?

Odhaľovanie súvislostí a objavovanie zákonitostí je možno jednou z najhlbších ľudských radostí. Spoznávanie neznámeho je prejavom veľkosti a dôstojnosti ľudskej bytosti. Aj pomocou matematiky sme dospeli k tomu, že v nami spoznávanom svete existujú príčinné vzťahy a organizované štruktúry s platnými zákonmi. Ak chápeme závislosti, ktoré zjednodušujú a vysvetľujú, môžeme uplatňovať matematiku. Kľúčom k axiomatizovaným systémom so štruktúrovanými pravidlami sú matematické disciplíny. Dlhodobým vývojom sa matematika stala organickou súčasťou vedeckého, technického a technologického sveta. Ukázalo sa, že matematický spôsob myslenia a argumentácie je nevyhnutný nielen vo vede a technike, ale pomáha aj v hudbe, archeológii, sociológii alebo v športe. Matematika sa ukázala ako až neuveriteľne praktická v mnohých odboroch ľudskej činnosti. *Matematika je ako sila ľudského ducha povolaná nahradiť nám nedokonalosť našich zmyslov i krátky čas nášho života* (J. B. Fourier, 1768 – 1830). Univerzálne myšlienkové postupy a idey nám cez matematiku umožňujú dotýkať sa až nekonečna. *Matematika je veda o nekonečne. Jej cieľom je, aby človek, ktorý je konečný, vystihol nekonečno pomocou znakov* (H. Weyl, 1885 – 1955). Matematické myslenie nám sprostredkúva vzťah medzi zmyslovým a nadzmyslovým svetom. Matematika nám pomáha pochopiť obrovskú rozmanitosť jednotlivostí sveta.

Veľmi pôsobivo označil význam štúdia matematiky M. Laue (1879 – 1960), nositeľ Nobelovej ceny: *Matematika dáva najčistejší a bezprostredný zážitok pravdy,*

v tom je jej hodnota pre všeobecné vzdelanie ľudí. Známy teoretický fyzik a nenapodobniteľný mysliteľ Albert Einstein (1879 – 1955) charakterizoval matematické úsilie myšlienkou: *Matematici sa namáhajú objaviť najuniverzálnejšie predstavy pre operácie, ktoré by dovoľovali jednoducho, logicky a do jedného systému uchopiť čo najširší okruh formálnych vzájomných vzťahov. Snažiac sa dosiahnuť ideovú a logickú vycibrenosť, odkryli formuly potrebné pre hlbšie preniknutie do zákonov prírody... Som presvedčený, že čisto matematická konštrukcia umožní nájsť pojmy i tie zákonité vzťahy medzi nimi, ktoré vydajú kľúč pre porozumenie prírodných javov*. Vznešene chápal zmysel matematiky Norbert Wiener (1894 – 1964): *Najvyššie poslanie matematiky spočíva práve v tom, aby nachádzala skrytý poriadok v chaose, ktorý nás obklopuje*. Možno najpriliehavejšie vyjadril rozmer matematických úvah H. Weyl (1885 – 1955): *Zaujatie matematikou sa dá porovnať so záujmom o mytológiu, literatúru alebo hudbu. Je to jedna z najvlastnejších oblastí človeka, v nej sa prejavuje ľudská podstata, túžba po intelektuálnej sfére života, ktorá je jedným z prejavov harmónie sveta*. Matematika nám pomáha lepšie vnímať abstraktné pojmy, ktoré nám umožňujú pochopiť vzťahy zo sveta, v ktorom žijeme.

Korene zo školských lavíc

Možno aj z tu uvedených náznakov je vidieť, že i školská matematika môže byť príležitosťou pre rozvoj teoretického i praktického ľudského intelektu, pre prehĺbenie všeobecnej kultúry, pre použitie v celom civilizačnom úsilí. Už štúdium školskej matematiky možno ponúkať ako dotyk s ideálnom a nekonečnom, ako vnímavosť pre objekty nadčasové, stále a nemenné, ako svet otvorený pre slobodnú neohraničenú duchovnú tvorbu, ako životodarný prameň pre pravdu skrytú v prírode, ako prejav zušľachťujúcej harmónie sveta, v ktorom myslením vytvárame zmysluplné efektívne modely. Vzdelávanie aj cez školskú matematiku môže byť príspevkom k rozvíjaniu osobnosti každého duchom obdareného človeka. Radosť z pochopenia súvislostí odhalených matematickým myslením prebúdza v nás nadšenie aj naďalej uplatňovať všetky osvedčené ľudské duchovno-rozumové schopnosti pri odhaľovaní zákonitostí nášho bytia.

Dušan Jedinák

Zadania úloh 49. ročníka Medzinárodnej matematickej olympiády

1. V ostrouhlom trojuholníku ABC označme H priesečník jeho výšok. Kružnica so stredom v strede strany BC prechádzajúca bodom H pretína priamku BC v bodoch A_1 a A_2. Podobne kružnica so stredom v strede strany CA predchádzajúca bodom H pretína priamku CA v bodoch B_1 a B_2 a kružnica so stredom v strede strany AB

predchádzajúca bodom H pretína priamku AB v bodoch C_1 a C_2. Dokážte, že body A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2 ležia na jednej kružnici.

(*Rusko*)

2. a) Dokážte, že

$$\frac{x^2}{(x-1)^2}+\frac{y^2}{(y-1)^2}+\frac{z^2}{(z-1)^2}\geq 1$$

pre všetky reálne čísla x, y, z rôzne od 1 spĺňajúce podmienku $xyz=1$.

b) Dokážte, že v uvedenej nerovnosti platí rovnosť pre nekonečne veľa trojíc racionálnych čísel x, y, z rôznych od 1 spĺňajúcich podmienku $xyz=1$.

(*Rakúsko*)

3. Dokážte, že existuje nekonečne veľa kladných celých čísel n takých, že n^2+1 má prvočíselného deliteľa väčšieho ako $2n+\sqrt{2n}$.

(*Litva*)

4. Nájdite všetky funkcie $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ (t. j. funkcie z kladných reálnych čísel do kladných reálnych čísel) také, že

$$\frac{f^2(w)+f^2(x)}{f(y^2)+f(z^2)}=\frac{w^2+x^2}{y^2+z^2}$$

pre všetky kladné reálne čísla w, x, y, z spĺňajúce $wx=yz$.

(*Južná Kórea*)

5. Nech n a k sú kladné celé čísla, kde $k\geq n$ a $k-n$ je párne číslo. Daných je $2n$ lámp označených 1, 2, …, $2n$, pričom každá z nich môže byť buď *zapnutá* alebo *vypnutá*. Na začiatku sú všetky lampy vypnuté. Uvažujeme postupnosti *krokov*: v každom kroku jednu z lámp prepneme (zo zapnutej na vypnutú alebo z vypnutej na zapnutú).

Nech N je počet takých postupností pozostávajúcich z k krokov, ktoré vedú do stavu, že všetky lampy od 1 po n sú zapnuté a všetky lampy od $n+1$ po $2n$ sú vypnuté.

Nech M je počet takých postupností pozostávajúcich z k krokov, ktoré vedú do stavu, že všetky lampy od *1* po n sú zapnuté a všetky lampy od $n+1$ po $2n$ sú vypnuté, pričom žiadna z lámp od $n+1$ po $2n$ nebola nikdy zapnutá.

Určte podiel N/M.

(*Francúzsko*)

6. Nech $ABCD$ je konvexný štvoruholník, pričom $|BA| \neq |BC|$. Označme postupne ω_1 a ω_2 kružnice vpísané do trojuholníkov ABC a ADC. Predpokladajme, že existuje kružnica ω dotýkajúca sa polpriamky BA za bodom A a polpriamky BC za bodom C, ktorá sa dotýka aj priamok AD a CD. Dokážte, že spoločné vonkajšie dotyčnice kružníc ω_1 a ω_2 sa pretínajú na kružnici ω.

(*Rusko*)

Korešpondenčná súťaž v školskom roku 2008/2009

Redakcia časopisu MATMIX vyhlasuje aj v tomto školskom roku korešpondenčnú súťaž pre žiakov základných a stredných škôl. Zapojiť sa do nej môžu všetci, ktorí majú záujem o matematiku a sú ochotní venovať niekoľko minút riešeniu úloh.

V školskom roku 2008/2009 vyjdú 4 čísla časopisu a korešpondenčná súťaž bude mať tri série. Zadania úloh budú uverejnené v číslach 1 (prvé dve série) a 2 (tretia séria), riešenia úloh spolu s výsledkovými listinami v číslach 2, 3 a 4. Výsledky korešpondenčnej súťaže sa budú priebežne zverejňovať aj na internete na našej webovej stránke www.matmix.sk.

Žiakom druhého stupňa základnej školy a žiakom prímy až kvarty osemročných gymnázií je určená kategória Z a sú pre nich určené úlohy č. 1 až 4. Prvákom stredných škôl a žiakom kvinty osemročných gymnázií je určená kategória C s úlohami 3 až 6. Druhákom stredných škôl a žiakom sexty osemročných gymnázií je určená kategória B s úlohami 5 až 8. Tretiakom a štvrtákom stredných škôl a žiakom septimy a oktávy osemročných gymnázií je určená kategória A s úlohami 7 až 10. Žiakom, ktorí majú záujem o náročnejšie úlohy, je určená kategória π. Pre túto kategóriu sú v každej sérii určené úlohy 11 až 14. **Každý žiak môže súťažiť len v jednej z kategórií A, B, C, Z** (môže však zároveň súťažiť aj v kategórii π).

V prípade, že máte nejasnosti v zadaní alebo máte iné otázky, môžete svoje pripomienky adresovať na vyššie uvedenú adresu alebo na e-mail hrinak@matmix.sk.

Prihlášku do korešpondenčnej súťaže nám pošlite spolu s prvou sériou vašich riešení na vloženej prihláške alebo osobitnom papieri podľa vzoru na konci nasledujúcej strany. V prípade, že chcete riešiť aj kategóriu π, vyznačte to v prihláške (stačí zaslať jednu). V tomto školskom roku máte možnosť dostávať svoje opravené riešenia s komentármi späť domov. Podmienkou je označenie vašej voľby v prihláške a zaslanie obálok s nalepenými známkami podľa platného cenníka Slovenskej pošty (riešenia môžeme zasielať aj viacerým riešiteľom na jednu adresu).

Upozorňujeme vás, aby ste riešenia písali **čitateľne** na papiere **formátu A4** (kancelársky papier) a na každé riešenie napísali **hlavičku** – svoje **meno, školu a číslo úlohy**. V prípade, že sa riešenie jednej úlohy nachádza na viacerých papieroch,

zopnite ich. Na jednom papieri nemôžu byť napísané riešenia viacerých úloh. **Hodnotiť budeme len také riešenia, ktoré budú spĺňať tieto kritériá.** Do súťaže sa môžete zapojiť aj neskôr (teda v druhej alebo tretej sérii). Podmienkou zaradenia do súťaže je aj v takomto prípade zaslanie prihlášky spolu s riešeniami, ktoré vypracujete.

Riešenia súťažných úloh vypracujte sami! V prípade, že zistíme, že nejaká skupina navzájom odpisovala, **každý** jej člen dostane za danú úlohu 0 bodov, aj keby bolo riešenie správne. Plný počet bodov (5) prislúcha len úplnému riešeniu. Preto treba zdôvodniť všetky tvrdenia, ktoré v riešení použijete. V prípade, že použijete vetu alebo tvrdenie, ktoré nie je všeobecne známe, uveďte aj literatúru, kde sa nachádza jeho dôkaz. Uvedenie iba výsledku nie je postačujúce. Ak niektorá úloha nemá riešenie, treba ukázať, prečo ho nemá.

Riešenia každej série zasielajte do uvedeného termínu – rozhoduje pečiatka na obálke. Nezabudnite na pekné známky:–) Ak pošlete riešenia po tomto termíne, strhneme vám za každý deň omeškania jeden bod (pod 0 bodov však klesnúť nemôžete). Svoje riešenia píšte v slovenskom jazyku. Riešenia zasielajte na adresu:

MATMIX
Doc. RNDr. Kalina Martin, CSc.
Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie
Stavebná fakulta STU
Radlinského 11
813 68 Bratislava

V prípade, že nie ste spokojní s ohodnotením vášho riešenia, môžete nám poslať reklamáciu spolu s vaším riešením, odôvodnením a požadovaným počtom bodov na našu adresu. Vaše riešenie si ešte raz prezrieme a oznámime vám výsledok.

Veľa zážitkov a krásnych chvíľ pri riešení súťažných úloh vám praje redakcia časopisu MATMIX.

Prihláška do korešpondenčnej súťaže časopisu MATMIX

Priezvisko: ..... Meno: .....
Kategória: ..... Trieda: .....
Škola: .....
Telefón: ..... E-mail: .....
Mám záujem dostávať späť opravené riešenia s komentármi: áno nie
Adresa pre korešpondenciu: .....……
Podpis: .....

Skôr než začnete písať svoje riešenia

Vzhľadom na skúsenosti z minulých rokov sme sa rozhodli uverejniť zopár rád, ktoré vám môžu pomôcť pri písaní vášho riešenia, presnejšie, akých chýb sa máte vyvarovať.

Mnohí z vás používajú pri dokazovaní rovnosti dvoch čísel kalkulačku. Takéto riešenia nikdy nebudú hodnotené ako správne z jednoduchého dôvodu – kalkulačky majú len obmedzenú presnosť, a ak vám vyjde na kalkulačke, že sa dve čísla rovnajú, neznamená to nutne, že sa rovnajú aj v skutočnosti. Možno sa líšia už na prvom nezobrazovanom desatinnom mieste. Kalkulačku teda nemôžete používať na dokazovanie rovností. V prípade dokazovania nerovností ju však už môžete využiť v rozumnej miere – teda pri zisťovaní rozdielov na prvých dvoch – troch desatinných miestach. Napríklad na skonštatovanie, že $\pi^2 < 10$.

K riešeniam pomocou počítača: Je veľa úloh, v ktorých treba vyskúšať veľmi veľa možností, ak človek nenájde šikovnú skratku, ktorá mu počet týchto možností zníži. Preto napríklad riešenie typu „vyskúšame všetky možnosti“ nebude hodnotené ako správne. A to aj v prípade, že by ste v riešení uviedli úvahy o tom, že možností je len konečne veľa a podobne. V prípade, že chcete, aby ste za takéto riešenie získali nenulový počet bodov, musíte všetky možnosti vypísať, aby ste zistili, že to nie je tá správna cesta.

Taktiež si treba uvedomiť, že ak vypíšete niekoľko možností a pri nich dokážete, že tvrdenie platí, nie je to dôkaz tvrdenia vo všeobecnosti.

V prípade, ak máte dokázať nejaké tvrdenie a postupujete spôsobom, že predpokladáte platnosť tohto tvrdenia a dospejete k pravdivému tvrdeniu, tak ste nedokázali vôbec nič. Uvedieme príklad: Predpokladajme, že $1 = 2$. Vynásobením oboch strán rovnosti nulou dostávame pravdivé tvrdenie $0 = 0$. Môžeme teraz tvrdiť, že sme dokázali platnosť tvrdenia $1 = 2$? Sami vidíte, že sme nič nedokázali... Ak však používame ekvivalentné úpravy, už je to iné. Ale to treba spomenúť.

Pri písaní svojich riešení dávajte pozor aj na označenie, aby bolo jasné, čo čo znamená. Pri nesprávnom označení môžete stratiť body, aj keď je riešenie v princípe správne. Ďalej treba dávať pozor aj na to, aby ste na dvoch rôznych miestach neoznačili jedným označením dve rôzne skutočnosti.

Na záver vám odporúčame, aby ste si svoje riešenia nakoniec vždy ešte raz prečítali. Možno sami zistíte, že tomu, čo ste napísali, nerozumiete ani vy sami, lebo opravovatelia sú tvory, ktoré nemajú telepatické schopnosti.

Martin Hriňák

Zadania 1. série úloh korešpondenčnej súťaže v školskom roku 2008/2009

1. Podarilo sa nám z mora zachrániť dvoch stroskotancov – Janíčka a Marienku. Janík je dvakrát taký starý ako bola Marienka, keď bol Janík o šesť rokov starší ako je teraz Marienka. Keď bude Marienka o šesť rokov staršia ako je teraz Janík, budú spolu rovnako starí ako bude ich mama, ktorá má teraz 46 rokov. Koľko majú rokov?

2. Na lavičke v parku sedia štyri dievčatá: Jana, Eva, Zuzana a Pavla. Zoraďte dievčatá podľa výšky, podľa veku a podľa krásy, ak viete, že:

a) Zuzana je vyššia ako Eva, ale nižšia a krajšia ako Pavla.
b) Pavla je mladšia ako Zuzana alebo Eva.
c) Eva je krajšia ako Zuzana, ale nie je taká pekná ako Jana.
d) Jana je staršia ako Zuzana a mladšia ako Eva, ale je menšia ako obe.

3. Nech x a y sú také reálne čísla, že čísla $x^2 + y^2$, $x^3 + y^3$ a $x^4 + y^4$ sú racionálne. Dokážte, že aj čísla $x + y$ a xy sú racionálne.

4. Na číselnej osi sú vyznačené tri čísla a, $2a$, $5a - 3$, pričom platia nasledujúce nerovnosti: $a < 2a < 5a - 3$. Zostrojte obraz čísla 2.

5. Štvorec s rozmermi $n \times n$ jednotiek je rozdelený na n^2 jednotkových štvorcov. Určte počet všetkých štvorcov v tomto útvare. Výsledok uveďte v uzavretom tvare, teda takom, ktorý bude obsahovať len konečný počet operácií ako sčítanie, násobenie, delenie a pod. bez ohľadu na veľkosť čísla n.

6. Anton a Braňo vyrazili na svojich motocykloch do susedného mesta. Jazdili pohodlne, držali sa spolu. V pätine cesty si Anton spomenul, že zabudol doma svoje dokumenty. Preto sa otočil a vrátil sa späť domov, pričom svoju rýchlosť zvýšil o 25 %. Braňo pokračoval v ceste, svoju rýchlosť znížil o 25 %. Anton si doma bez straty času vyzdvihol dokumenty a vyrazil znova na cestu. Poslednú časť cesty absolvovali už zase spolu rýchlosťou 48 km/h, pričom oproti pôvodnému plánu meškali 10 minút. Určte vzdialenosť susedného mesta.

7. Nájdite všetky také celé čísla y a prvočísla p, q menšie ako 100, pre ktoré platí

$$1\,999 = 86y + p - q.$$

8. Koľko stien má ihlan, ktorý má toľko hrán, ako má vrcholov pravidelný mnohouholník s vnútorným uhlom 160°?

9. Nech *ABCD* je konvexný štvoruholník a nech *M* je stred úsečky *CD*. Priamky *BM* a *AM* sú kolmé a platí $|AB| = |BC| + |AD|$. Dokážte, že priamky *BC* a *AD* sú kolmé.

10. Nájdite aritmetickú postupnosť piatich prvočísel s diferenciou aspoň 11.

11. Nájdite dolnú celú časť čísla $\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+\cdots+\sqrt[3]{24}}}$, ak viete, že sa v uvedenom výraze nachádza *n* odmocnín (*n* je prirodzené číslo).

12. Dvaja hráči hrajú hru na hracej ploche $1 \times 2\,000$ políčok. Striedavo vpisujú do prázdnych políčok písmená S a O. Hráč, ktorý skompletizuje ako prvý tri za sebou idúce políčka obsahujúce slovo SOS, vyhráva. Ak sú všetky políčka vyplnené písmenami bez toho, aby sa niekde nachádzalo slovo SOS, nastáva remíza. Zistite, či existuje vyhrávajúca stratégia pre jedného z hráčov.

13. Je daných $2n$ bodov v rovine, pričom žiadne tri z nich neležia na jednej priamke. Dokážte, že tieto body môžu byť rozdelené na *n* dvojíc tak, že úsečky určené týmito dvojicami bodov, sa nepretínajú.

14. V tabuľke $m \times n$ políčok je napísaných *mn* reálnych čísel. V každom ťahu je dovolené zmeniť znamienka v ľubovoľnom riadku alebo stĺpci. Dokážte, že je možné po konečnom počte ťahov dosiahnuť stav, že súčet čísel v každom riadku a každom stĺpci bude nezáporný.

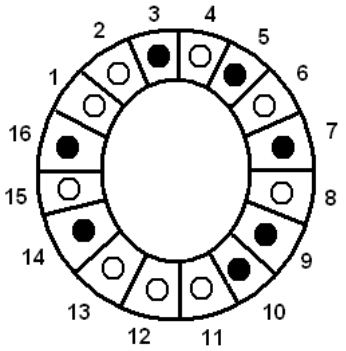
Termín odoslania riešení úloh 1. série: do 15. 4. 2009

Riešenia zasielajte na adresu:

MATMIX
Doc. RNDr. Kalina Martin, CSc.
Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie
Stavebná fakulta STU
Radlinského 11
813 68 Bratislava

Zadania 2. série úloh korešpondenčnej súťaže v školskom roku 2008/2009

1. Lenka sa z nudy hrala takúto hru. V priehradkách na kruhu sú guľôčky. Začala na určitom poli počítať a zobrala si z každého piateho poľa guľôčku. Zistila, že sa tak dajú vybrať naraz všetky čierne. Miesto, z ktorého guľôčku zobrala preč, vyškrtla a už ďalej nepočítala. Začala čiernou guľôčkou, to je jedna a zobrala ju preč. Ďalej zobrala preč piatu, desiatu, pätnástu až tridsiatu a boli to vždy čierne guľôčky (čísla na obrázku tam sú pre lepší popis riešenia, nie sú to tie, ako Lenka počítala). Kde Lenka začala počítať a ktorým smerom postupovala (v smere alebo proti smeru hodinových ručičiek)?



2. Chceme bez zvyšku vydláždiť obdĺžnikovú podlahu s rozmermi 160 cm a 120 cm. Pre túto prácu môžeme kúpiť dva druhy dlaždíc:

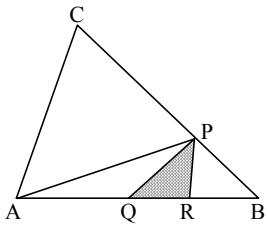
a) tvaru obdĺžnika s rozmermi 20 cm a 30 cm v cene 21 strieborných za kus,
b) tvaru štvorca so stranou dĺžky 20 cm v cene 18 strieborných za kus.

Ktorá kúpa je výhodnejšia a prečo?

3. Súčet cifier trojciferného prirodzeného čísla x označíme y. Určte hodnotu x, ak viete, že $x + y$ a xy sú také prirodzené čísla, ktorých všetky cifry sú rovnaké.

4. Otec má synov Juraja a Tomáša. Každý rok im dáva väčšiu sumu peňazí. Toho roku ho to vyšlo o 50 % viac ako pred piatimi rokmi. Sumu, ktorú im každoročne dáva, vypočíta takto: Každý rok vytvorí druhú mocninu veku syna (v rokoch). Určí rozdiel oproti druhej mocnine z minulého roku a to je počet stokorunáčok, ktoré dostane chlapec tento rok. Juraj má 11 rokov. Koľko rokov má Tomáš?

5. Určte, akú časť obsahu trojuholníka ABC tvorí trojuholník PQR, ak viete, že bod P delí stranu BC v pomere 1:2, bod Q delí stranu AB v pomere 1:1, a bod R delí stranu AB v pomere 3:1.



6. Pri golfe boli jamky od seba vzdialené 150, 300, 250, 325, 275, 350, 225, 400 a 425 yardov. Robot Golfík sa dá nastaviť tak, aby odpaľoval loptičky na dve rôzne vzdialenosti. (Napr. keď ho nastavíme na odpaľovanie na vzdialenosti 4 yardy a 10 yardov, poradí si hravo s jamkou vzdialenou o 18 yardov – zvládne to na tri údery 10, 4, 4; pri jamke vzdialenej 48 yardov potrebuje pri tomto nastavení aspoň 6 úderov 10, 10, 10, 10, 4, 4.) Ako treba nastaviť Golfíka, aby mu na prejdenie cez všetkých deväť jamiek stačilo menej ako 38 úderov?

7. Nájdite všetky prvočísla x, y, z, pre ktoré platí $x^y + 1 = z$.

8. Riešte rovnicu

$$\frac{1}{x^2+2x-3} + \frac{18}{x^2+2x+2} = \frac{18}{x^2+2x+1}.$$

9. Rozložte polynóm $x^8 + x^4 + 1$ na súčin dvoch nekonštantných polynómov s celočíselnými koeficientmi.

10. Nech a_1, a_2, …, a_{10} a b_1, b_2, …, b_{10} sú dve permutácie čísel 1, 2, …, 10. Dokážte, že čísla a_1b_1, a_2b_2, …, $a_{10}b_{10}$ nemôžu dávať rozdielne zvyšky po delení číslom 11.

11. Dokážte, že platia nasledujúce odhady:

$$2\sqrt{101} - 2 < \sum_{n=1}^{100} \frac{1}{\sqrt{n}} < 20.$$

12. Dokážte, že rovnica $a^2 + b^3 = c^4$ má v prirodzených číslach nekonečne veľa riešení.

13. Zistite, či existujú dve rastúce funkcie f a g, pre ktoré platí $f(x) - g(x) = \sin x$.

14. Nech a, a_1, …, a_5 sú také prirodzené čísla, že platí $a = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$. Dokážte, že číslo $\dfrac{a!}{a_1!a_2!a_3!a_4!a_5!}$ je prirodzené.

Termín odoslania riešení úloh 2. série: do 4. 5. 2009

Možnosti štúdia matematiky a učiteľstva matematiky na Fakulte prírodných vied Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici

Ak sa chcete stať odborníkom v moderných smeroch matematiky alebo chcete získať kvalifikáciu na vyučovanie matematiky v ročníkoch 5. – 12., je pre vás správnou voľbou Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici, v meste mladých. Univerzita Mateja Bela je treťou najväčšou na Slovensku, s počtom viac ako 16 tisíc študentov študujúcich na jej šiestich fakultách. Štúdium *učiteľstva matematiky* má v Banskej Bystrici viac ako päťdesiatročnú tradíciu. Už desať rokov pripravuje Fakulta prírodných vied UMB aj odborníkov vo vednom odbore Matematika. Po absolvovaní bakalárskeho študijného programu *Matematika* môžu absolventi pokračovať v niektorom z dvoch magisterských študijných programov *Matematická štatistika a finančná matematika* a *Informatická matematika*. Na ne nadväzujú doktorandské študijné programy *Pravdepodobnosť a matematická štatistika* a *Matematická analýza*.

Prijímacie skúšky na bakalársky stupeň štúdia

Prijímacia skúška je na oboch študijných programoch z matematiky v rozsahu gymnaziálneho učiva, v študijnom programe učiteľského zamerania môže byť aj z druhého aprobačného predmetu. Prijímacia skúška z matematiky bude odpustená tým študentom, ktorí boli úspešnými riešiteľmi krajského kola matematickej olympiády v niektorej z kategórií A, B, C alebo sú absolventmi gymnázia a na vysvedčeniach boli z matematiky hodnotení len známkami 1 alebo 2. Podľa počtu záujemcov sa na základe rozhodnutia garanta príslušného študijného programu môže prijímacia skúška odpustiť aj ďalším študentom.

Študijné programy študijného odboru Matematika

Matematika (Bc.)

Študenti si osvoja základné poznatky z matematiky, štatistiky a informatiky. Popri štandardnej vysokoškolskej matematike (matematická analýza, algebra, diskrétna matematika, numerické metódy a iné) sa kladie dôraz na teoretické poznatky využívané pri aplikáciách v iných odboroch a v praxi. Naučia sa používať poznatky zo štatistiky na riešenie čiastkových úloh zberu a analýzy dát v základných štatistických modeloch. Zoznámia sa so základmi programovania a využívania matematických algoritmov a získajú základné poznatky z finančnej a poistnej matematiky. Po ukončení budú pripravení na absolvovanie magisterského stupňa štúdia v matematike a príbuzných disciplínach a na uplatnenie v rôznych oblastiach, kde sa požaduje absolvovanie bakalárskeho stupňa.

Matematická štatistika a finančná matematika (Mgr.)

Absolvent je odborníkom schopným využívať v praxi moderné metódy finančnej a poistnej matematiky, štatistiky, ekonometrie, numerickej matematiky, optimalizačné metódy a pod. Keďže má osvojené základné teoretické poznatky z matematiky a štatistiky, je schopný dopĺňať si vzdelanie samoštúdiom podľa potrieb a zamerania jeho pracoviska. Každý absolvent bude poznať základné matematicko-štatistické metódy a možnosti ich aplikácií v praxi. Osvojí si tiež využívanie IKT a bude poznať možnosti softvéru využívaného na štatisticky orientovaných pracoviskách a v oblasti finančníctva. Uplatnenie môžu nájsť v rôznych oblastiach (štatistické pracoviská, finančné inštitúcie, podnikateľská sféra a pod.), na vedecko-výskumných pracoviskách a ako vysokoškolskí učitelia odboru matematika, štatistika a príbuzných odborov.

Informatická matematika (Mgr.)
Študenti si rozšíria a prehĺbia poznatky z informatiky a matematiky (algoritmy a ich implementácia, architektúra systémov, kódovanie a kryptografia, optimalizácia a pod.). Absolvent nájde uplatnenie vo vedecko-výskumných ústavoch a v rôznych oblastiach praxe ako návrhár a tvorca algoritmicky zložitých komponentov informačných systémov, vývojár informačných systémov, odborník na aplikovanú matematiku s rozšírenými vedomosťami vo vybraných partiách teoretickej informatiky a pod. Bude mať predpoklady pre doktorandské štúdium v uvedených oblastiach a môže sa tiež uchádzať o miesto vysokoškolského učiteľa odboru matematiky alebo príbuzných odborov.

Študijné programy študijného odboru Učiteľstvo akademických predmetov

Učiteľstvo matematiky v kombinácii predmetov
Počas bakalárskeho stupňa štúdia absolvujú študenti nosné predmety odboru matematika (matematická analýza, algebra, geometria). Osvoja si aj základné poznatky teórie pravdepodobnosti a matematickej štatistiky a oboznámia sa s informačnými technológiami, čo im umožní uplatnenie aj mimo rezortu školstva. Absolventi sa uplatnia v inštitúciách pre organizáciu voľného času detí a mládeže. Na magisterskom stupni štúdia sa popri rozšírení a prehĺbení poznatkov z vysokoškolskej matematiky kladie dôraz na didaktiku vyučovania matematiky a na poznatky z elementárnej matematiky. Absolventi budú kvalifikovaní vyučovať predmet matematika na základných a stredných školách všetkých typov. Budú mať predpoklady pre doktorandské štúdium najmä teórie vyučovania matematiky.

Katedra matematiky Fakulty prírodných vied Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici
Vo vedeckovýskumnej činnosti sa členovia Katedry matematiky Fakulty prírodných vied UMB orientujú na výskum v rôznych oblastiach matematiky (dynamické systémy, informačno-teoretické metódy v matematickej štatistike, kombinatorika a teória grafov, teória fuzzy množín, teória pravdepodobnosti, algebra, teória vyučovania matematiky a iné). Výskum má medzinárodnú úroveň, vďaka čomu sú naši pracovníci pozývaní na pracovné pobyty a na zahraničné vedecké konferencie.

Vďaka intenzívnej vedeckej spolupráci so zahraničnými matematickými vysokoškolskými pracoviskami a matematickými ústavmi môžu najlepší študenti magisterského a doktorandského stupňa štúdia absolvovať študijný pobyt v rámci programu Erasmus na Univerzite v Murcii (Španielsko) alebo na Karlovej univerzite v Prahe.

Od roku 1993 katedra vydáva časopis Acta Universitatis M. Belii, Series Mathematics. Stručné referáty o článkoch v ňom uverejnených možno nájsť v referátových časopisoch Math. Reviews a Zentralblatt Math. Katedra má dobre vybavenú knižnicu, iba v posledných štyroch rokoch do nej pribudlo viac ako tisíc titulov. Vyučovanie predmetov využívajúcich informačno-komunikačné technológie prebieha v počítačovom laboratóriu, do ktorého majú študenti prístup aj v mimovyučovacom čase. Z prostriedkov získaných prostredníctvom medzinárodných projektov sa zakúpil matematický softvér MAPLE, štatistický program SPSS, okrem neho je využívaný program R, programovacie jazyky Java, C a C++, TeX a ďalšie základné programy.

Podrobnejšie informácie o aktivitách katedry, o štúdiu (vrátane odporúčaných študijných plánov) a o forme prijímacej skúšky z matematiky môžete nájsť na webovej stránke katedry *http://matematika.fpv.umb.sk* alebo počas dňa otvorených dverí. FPV UMB sa nachádza neďaleko NSP F. D. Roosevelta. Zo železničnej stanice, ktorá sa nachádza hneď vedľa autobusovej stanice, sa k fakulte dostanete autobusmi MHD č. 34, 35 alebo 36.

Matematicko-počítačové modelovanie
Slovenská technická univerzita v Bratislave – Stavebná fakulta

Na Slovenskej technickej univerzite v Bratislave je už štvrtý rok možné študovať moderný interdisciplinárny študijný program v odbore Aplikovaná matematika. Program je uskutočňovaný v spolupráci Stavebnej fakulty, Fakulty elektrotechniky a informatiky a ostaných fakúlt STU, a v minulom akademickom roku ho absolvovali prví úspešní bakalári, ktorí v súčasnosti pokračujú v inžinierskom štúdiu.

Podobne zamerané študijné programy sú dlhodobo dobre rozvinuté vo vyspelých krajinách, chýbali však donedávna na Slovensku. Ich rozvoj vo svete je motivovaný predovšetkým rýchlym vývojom moderných technológií vo všetkých oblastiach života. Vývoj moderných technológií vyžaduje hlboké matematické znalosti, počítačovú zručnosť a výbornú orientáciu v navzájom previazaných inžinierskych, prírodovedných či ekonomických aplikáciách. STU je prirodzeným miestom pre úspešný rozvoj zatiaľ jediného, takto zameraného, študijného programu v Slovenskej republike. Má ambíciu osloviť široké spektrum šikovných študentov so záujmom o matematiku a informatiku a poskytnúť im moderné vzdelanie so širokým uplatnením. STU poskytuje zázemie pre kvalitné štúdium mnohých, klasických i novo sa rozvíjajúcich, inžinierskych disciplín a jej fakulty pozostávajú z odborníkov, ktorí sú schopní odovzdať študentom všetky potrebné vedomosti v matematických a počítačovo orientovaných predmetoch s dôrazom na reálne aplikácie.

Absolvent študijných programov

- získa úplné prvostupňové a druhostupňové vysokoškolské vzdelanie v odbore aplikovaná matematika so zameraním na počítačové modelovanie a matematickú analýzu multidisciplinárnych inžinierskych úloh.
- bude výborne rozumieť moderným metódam aplikovanej matematiky ako sú numerické, štatistické, optimalizačné, grafické a vizualizačné metódy. Bude na vysokej úrovni ovládať prácu s počítačom a bude vedieť používať moderné programovacie jazyky, operačné systémy, počítačové siete, tvoriť internetové aplikácie a využívať softvéry určené na modelovanie a simuláciu inžinierskych procesov. Bude vedieť aplikovať metódy matematického a počítačového modelovania v mnohých praktických oblastiach – ako príklad uvádzame ilustračné obrázky dokumentujúce modelovanie prúdenia vzduchu v okolí automobilu, rast mikroštruktúr v kryštalických materiáloch, segmentáciu štruktúr v mozgu získanú spracovaním obrazu, vizualizáciu srdcovej komory a priebeh geoidu (plochy od ktorej sa merajú nadmorské výšky) na Slovensku. Po absolvovaní inžinierskeho študijného programu bude schopný nielen používať ale aj vytvárať efektívne softvérové implementácie týchto metód na moderných počítačových architektúrach. Bude tak môcť pracovať vo všetkých oblastiach, kde sa v súčasnosti využívajú matematické metódy a počítačová analýza na riešenie praktických úloh, v klasických aj novovznikajúcich interdisciplinárnych inžinierskych odvetviach, v oblasti informatiky, počítačovej grafiky, spracovania obrazu, štatistickej analýzy dát ako aj v oblasti ekonomických a finančných aplikácií.
- bude mať znalosti z matematických základov aplikovaných vied a inžinierstva, čo umožní pochopenie nových poznatkov v budúcnosti a jeho uplatnenie v dlhodobom časovom horizonte v interdisciplinárnych tímoch orientovaných na vývoj moderných technológií. Vzhľadom na širokú medzinárodnú spoluprácu univerzity a jej pracovníkov, zabezpečujúcich študijný program, získa skúsenosti, kontakty a jazykové schopnosti, ktoré umožnia jeho uplatnenie v medzinárodnom pracovnom priestore.
- nájde uplatnenie predovšetkým vo firmách a na výskumných pracoviskách doma i vo svete, ktoré sú orientované na analýzu multidisciplinárnych inžinierskych úloh a na vývoj softvéru v oblasti inžinierskych výpočtov a simulácií pri aplikácii moderných numerických, štatistických, optimalizačných, grafických a vizualizačných metód.

Informácie o študijnom programe je možné získať na stránke **www.math.sk/mpm.**

Obsah

Redakčná pošta ..... 2. strana obálky

Dušan Jedinák: Mikuláš Kuzánsky – aby sa protiklady nevylučovali 1

Dušan Jedinák: Školská matematika ako radosť z premýšľania 3

Zadania úloh 49. ročníka Medzinárodnej matematickej olympiády 6

Korešpondenčná súťaž v školskom roku 2008/2009 8

Martin Hriňák: Skôr než začnete písať svoje riešenia..... 10

Zadania 1. série úloh korešpondenčnej súťaže v školskom roku 2008/2009..... 11

Zadania 2. série úloh korešpondenčnej súťaže v školskom roku 2008/2009..... 13

Možnosti štúdia matematiky a učiteľstva matematiky na Fakulte prírodných vied Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici 15

Matematicko-počítačové modelovanie, Slovenská technická univerzita v Bratislave – Stavebná fakulta ..... 3. strana obálky

---

MATMIX – matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl, vydáva Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Bratislava 1, ako pomocnú literatúru pre predmetové komisie matematiky a pre žiakov so záujmom o matematiku.

Šéfredaktor: Ing. Mgr. Martin Hriňák
Redakcia: Katarína Škrovinová
Tlač a väzba: Eduard Rác
Vydavateľ: Ing. Mgr. Martin Hriňák
Adresa redakcie: Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Bratislava 1, Štefánikova 49, 814 73 Bratislava
E-mail: matmix@matmix.sk
Webová stránka: http://www.matmix.sk
Registračné číslo MK SR: EV 2029/08
ISSN: 1336-7854
Náklad: 100 ks. Vychádza 4-krát ročne.