Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Bratislava 1

Ročník: 15
Číslo: 3
Šk. rok: 2009/2010

Matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl



Matematika je istý druh duševného športu. Vyžaduje nadväznosť a vytrvalosť.

Štefan Schwarz

Redakčná pošta

Milí čitatelia,

práve sa nachádzame v tretine prázdnin, keď vychádza tretie číslo časopisu. Je to neskôr, ako sme všetci očakávali, ale nepriaznivé faktory okolo nás zasiahli aj časopis a jeho neskoršie vydanie. Avšak mám aj pozitívnu správu – všetky štyri plánované čísla časopisu aj vyjdú. Od budúceho roka plánujeme trochu iný systém vydávania časopisu – zadania úloh budú vychádzať aj ako súčasť časopisu Mladý vedec. S tým samozrejme súvisí aj trochu zmenená štruktúra súťaže, ale o tom podrobne až v nasledujúcom čísle časopisu.

Od tohto čísla začíname okrem článkov o významných matematikoch uverejňovať aj seriál Dušana Jedináka Čriepky z histórie matematickej kultúry. Prajeme vám príjemné čítanie.

V druhej sérii korešpondenčnej súťaže sme sa opäť stretli s odpisovaním, avšak len v jednom prípade, čo je pozitívny trend. Zadania úloh v kategórii π a taktiež zadanie úlohy 10 v kategórii A sú rovnaké ako v prvej aj druhej sérii, pretože nikto z vás tieto úlohy neriešil, a teda ani nevyriešil, takže ostávajú ako súťažné aj v tejto sérii. Aby ste mali motiváciu vyskúšať si ich riešenie, za správne vyriešenie každej z týchto úloh budete môcť v tejto sérii získať až 10 bodov. Termín odoslania riešení úloh 3. série korešpondenčnej súťaže je 30. augusta, aby ste dostali vyhodnotenie celého ročníka na začiatku školského roka. Zároveň všetkým súčasným predplatiteľom priložíme ako bonus aj prvé číslo časopisu Mladý vedec.

Prajem vám príjemné prežitie zvyšku leta a veľa úspechov pri riešení úloh poslednej série súťažných úloh.

Martin Hriňák

Camille Jordan – profesiou inžinier, povolaním matematik

Záhady kriviek

Čo je rovinná krivka, čo je to čiara? Možno najprirodzenejšia je predstava, že krivka je trajektória spojito sa pohybujúceho bodu. Matematici sa dohodli na tejto definícii: Nech pre súradnice pohybujúceho sa bodu $[x, y]$ v závislosti od časového okamihu t $(t \in \langle 0,1 \rangle)$ platí $x = f(t)$, $y = g(t)$, pričom f, g sú spojité funkcie na intervale $\langle 0,1 \rangle$. Takéto čiary nazvali *Jordanovými krivkami*.

Francúzsky matematik **Camille Jordan** (1838 – 1922) dokázal, že takáto uzavretá krivka, ktorá sama seba nikde nepretína, rozdelí celú rovinu na dve časti. I keď sa toto tvrdenie zdá veľmi jednoduché, na prvý matematický dôkaz sú potrebné zložité a jemné úvahy. Neskôr sa ukázalo, že Jordanova definícia krivky zahŕňa nielen čiary, ale aj iné obrazce a útvary, ktoré by asi nikto nenazval krivkami. Taliansky matematik G. Peano (1858 – 1932) ukázal, že existuje krivka (v zmysle Jordanovej definície), ktorá prechádza všetkými bodmi štvorca. Teda štvorec (nielen obvod, celý štvorec aj s vnútornými bodmi) spĺňa definíciu Jordanovej krivky. Naša intuitívna predstava o krivkách nám odpoveď na otázku „Čím sa odlišuje krivka od plochy?“ ešte nedala. Nemecký matematik G. Cantor (1845 – 1918) ponúkol svoju definíciu rovinnej krivky. Ruský matematik P. S. Uryson (1898 – 1924) zodpovedal na otázku „Čo je rozmer geometrického útvaru?“ v teórii dimenzie z roku 1922.

Jednoduchá niť života



Camille Jordan sa narodil 5. 1. 1838 v La Croix – Rousse neďaleko Lyonu. Vyštudoval École Polytechnique v Paríži, ale aj Vysokú banskú školu a stal sa inžinierom (1861). Doktorát prírodných vied dostal v roku 1860 za matematické práce. Ako inžinier pracoval v rokoch 1861 – 1873. Potom začal učiť na parížskej polytechnike a vydržal tam 40 rokov. Oženil sa roku 1862, mal dve dcéry a šiestich synov (traja z nich zomreli v následkoch 1. svetovej vojny). Jeho súkromný život bol až asketický, i keď bol vlastníkom hotela na predmestí Paríža, mal v ňom iba jednu izbu. Zomrel 21. 1. 1922.

Profesor matematiky

V roku 1876 sa Jordan stal vysokoškolským profesorom matematickej analýzy, od roku 1883 bol aj profesorom na Collége de France. Viac než 35 rokov (1885 – 1921) bol nielen úspešným redaktorom časopisu pre čistú i aplikovanú matematiku, ale veľa aj sám v časopisoch publikoval. Roku 1881 bol zvolený za člena Akadémie vied, jej prezidentom bol od roku 1916. Ocenenie Čestnej légie získal roku 1890. Na

medzinárodnom matematickom kongrese v Štrasburgu (1920) bol honorárnym prezidentom.

Úspechy v matematike.
V práci *Pojednanie o substitúciách a algebraických rovniciach* (1870) vyslovil základy teórie konečných grúp. Poznatky uplatnil aj pri štúdiu mnohostenov a v kryštalografii. Táto rozprava bola prvou knihou o teórii grúp. Jordan za ňu získal Ponceletovu cenu od akadémie vied. Predstavy o klasifikácii grúp euklidovských transformácií v trojrozmernom priestore ovplyvnili aj tvorbu S. Liea a F. Kleina.

V troch zväzkoch vydaný *Kurz analýzy* (1882 – 1887) prispel k spresneniu základov matematickej analýzy i k odhaleniu nových ideí (Jordanova miera množiny, Jordanova veta o krivke). Úspechom bolo aj Jordanovo zovšeobecnenie kritérií pre konvergenciu Fourierových radov.

Čas spomienok
Meno Camille Jordan zostane natrvalo spojené s matematickými výsledkami teórie funkcií, topológie, geometrickej pravdepodobnosti i riešením diferenciálnych rovníc. Jordan rozvinul a systematizoval metódy riešenia grúp i teórie čísel. Často vznikajú nedorozumenia s použitím mena Jordan, lebo toto meno je spojené aj s úspechmi menovcov Wilhelma Jordana (1842 – 1899) a Pascuala Jordana (1902 – 1980). Marie Ennemond Camille Jordan ukázal teoretickú i praktickú užitočnosť svojich abstraktných matematických predstáv v rôznych oblastiach modernej matematiky. Inžinierska prax nezabránila jeho vedeckej matematickej činnosti.

Dušan Jedinák

Korešpondenčná súťaž v školskom roku 2009/2010

Riešenia 2. série úloh korešpondenčnej súťaže

1. Na troch poličkách stoja fľaše troch veľkostí. Na prvej jedna veľká, tri stredne veľké a tri malé, na strednej poličke sú dve veľké a šesť malých a na poslednej polici sú štyri stredne veľké a šesť malých. Na všetkých poličkách je objem fliaš rovnaký. Malá fľaša má objem pol litra. Koľko litrov je na každej poličke a aký objem má veľká a stredne veľká fľaša?

Riešenie: Keď porovnáme objemy fliaš na 2. a 3. poličke, dostaneme, že dve veľké fľaše majú rovnaký objem ako štyri stredne veľké fľaše, čo znamená, že jedna veľká fľaša má rovnaký objem ako dve stredne veľké. Porovnaním 1. a 2. poličky zistíme, že jedna veľká a tri stredne veľké fľaše majú rovnaký objem ako dve veľké a tri malé fľaše. Keďže vieme, že veľká fľaša má rovnaký objem ako 2 stredne veľké fľaše, tak dostávame, že 5 stredne veľkých fliaš má rovnaký objem ako 4 stredne veľké a 3 malé fľaše. To znamená, že stredne veľká fľaša má rovnaký objem ako 3 malé fľaše. To znamená, že stredne veľká fľaša má objem 1,5 litra a veľká fľaša má objem 3 litre.

Komentár: Úloha vám nerobila problémy. Riešenie sa dá jednoducho zapísať aj pomocou sústavy troch rovníc s tromi neznámymi, ktorá sa veľmi rýchlo redukuje na sústavu dvoch rovníc s dvomi neznámymi.

2. Dĺžky strán trojuholníka *ABC* sú v pomere 3 : 4 : 5. Trojuholník *KLM*, ktorého vrcholy sú stredmi strán trojuholníka *ABC*, má obvod 3,6 metra. Určte dĺžky strán trojuholníka *ABC*.

Riešenie: Vieme, že dĺžky stredných priečok sú polovicami dĺžok strán, ktorým prislúchajú. To znamená, že trojuholník *ABC* má obvod 7,2 metra. Teraz už len ostáva rozdeliť 7,2 metra na tri časti, ktoré sú v pomere 3 : 4 : 5. Ak si povieme, že najkratšia strana trojuholníka *ABC* má dĺžku $3x$ metrov, kde x je nejaké kladné číslo, potom obvod trojuholníka *ABC* bude

$$3x + 4x + 5x = 12x.$$

Potom dostávame jednoduchú rovnicu

$$12x = 7,2,$$

riešením ktorej dostávame, že $x = 0,6$. Dĺžky strán trojuholníka *ABC* potom budú 1,8 metra, 2,4 metra a 3 metre.

Komentár: V riešeniach sa vyskytli drobné nepresnosti, za ktoré bol strhnutý 1 bod.

3. Tri dievčatá mali spolu 96 korálikov, ktoré si navzájom vymieňali. Prvé dievča dalo druhému toľko korálikov, koľko malo druhé. Druhé dalo tretiemu toľko, koľko malo tretie, a nakoniec dalo tretie prvému toľko, koľko ich práve malo prvé dievča. Po takejto výmene budú mať všetky tri rovnako korálikov. Koľko korálikov malo každé dievča pred výmenou?

Riešenie: Najjednoduchšie je vyjsť z posledného tvrdenia a dopočítať jednotlivé počty korálikov spätne. Keďže mali spolu 96 a na konci mali všetky tri rovnako, na

konci mala každá z nich 32 korálik. Keď dalo tretie dievča prvému toľko, koľko malo prvé, a po tejto výmene malo prvé dievča 32, pred ňou muselo mať 16. To znamená, že tretie muselo mať 32 + 16 = 48. Pri druhej výmene dalo druhé dievča tretiemu toľko, koľko malo tretie. Keďže po tejto výmene malo tretie dievča 48 korálik, tak pred touto výmenou malo 24 a druhé dievča malo 32 + 24 = 56. Pri prvej výmene dalo prvé dievča druhému toľko, koľko malo druhé. Po tejto výmene malo druhé dievča 56, takže pred ňou malo 28 a prvé dievča malo 16 + 28 = 44 korálik. Na začiatku malo preto prvé dievča 44, druhé 28 a tretie 24 korálik.

Komentár: Úloha sa dala riešiť aj pomocou sústavy troch rovníc s tromi neznámymi alebo podobnými úvahami.

4. Myslím si číslo. Odčítam od neho jeho štvrtinu a od rozdielu odčítam 3. Dostanem to isté číslo, ako keď dvojnásobok mysleného čísla vydelím číslom 5 a k číslu, ktoré dostanem, pripočítam 4. Aké číslo som si myslel?

Riešenie: Označme myslené číslo x. Ak od neho odčítame jeho štvrtinu, dostaneme číslo $x-\frac{x}{4}=\frac{3}{4}x$. Po odčítaní troch dostávame číslo $\frac{3}{4}x-3$. Dvojnásobok mysleného čísla delený 5 je $\frac{2}{5}x$. Po pričítaní 4 dostávame číslo $\frac{2}{5}x+4$. Ak dáme tieto dva výrazy do rovnosti, dostávame rovnicu

$$\frac{3}{4}x-3=\frac{2}{5}x+4,$$

ktorej riešením je jediné číslo

$$x=20.$$

Myslené číslo bolo číslo 20.

Komentár: Všetky doručené riešenia postupovali týmto spôsobom.

5. V jednom rade stojí za sebou 74 písmen, každé z nich je E alebo F. Nikde za sebou nestoja 3 písmená E, ani 4 písmená F. Koľko najmenej a koľko najviac písmen E a F môže byť v takomto rade?

Riešenie: Keďže rad má pevnú dĺžku 74 písmen, tak minimálny počet jedného druhu písmeniek znamená maximálny počet druhého druhu písmeniek. Zaoberajme sa teraz písmenami F. Keďže za sebou nesmú byť 4 písmená F, tak najdlhší reťazec písmen F má dĺžku 3. Medzi nimi môžu byť len písmená E, tých však musí byť menej ako 3 a viac ako 0, teda môže byť len jedno alebo dve. Ak chceme maximalizovať počet

písmen F, tak písmen E musí byť najmenej, v tomto prípade jedno. To znamená, že v rade sa budú opakovať bloky FFFE dĺžky 4. Aby sme dosiahli maximálny počet F, musí jeden koniec začínať FFF. Keďže 74 dáva zvyšok 2 po delení 4, tak koniec radu bude EFF. Použitých bude 18 skupín FFFE a dve písmená FF, čo znamená, že maximálny počet písmen F je $18 \cdot 3 + 2 = 56$.

Ak budeme minimalizovať počet písmen F, tak budeme opakovať skupiny FEE, pričom na jednom konci začneme skupinou EE, aby sme využili EE z oboch strán prvého F. V tomto prípade teda budeme opakovať skupinu EEF 24 krát a na konci prídu ešte dve E. To znamená, že minimálny počet písmen F je 24.

Vzhľadom na vyššie spomenuté bude maximálny počet písmen E 50 a minimálny 18.

Komentár: Úloha vyžadovala precízne vyjadrovanie pri zdôvodňovaní minimality, resp. maximality.

6. Vonkajšie spoločné dotyčnice dvoch kružníc sa ich dotýkajú v štyroch navzájom rôznych bodoch. Dokážte, že tieto štyri body sú vrcholmi tetivového štvoruholníka.

Riešenie: Vzhľadom na symetriu podľa osi, ktorá prechádza stredmi týchto dvoch kružníc, dostávame, že vzniknutý štvoruholník je rovnoramenný lichobežník. V každom rovnoramennom lichobežníku je však súčet protiľahlých uhlov 180°, čo znamená, že ide o tetivový štvoruholník.

Komentár: Táto úloha ponúkala veľké množstvo ciest k správnemu riešeniu. Mohli ste si napríklad vyjadriť jednotlivé uhly vo vzniknutých trojuholníkoch a štvoruholníkoch. Za to, že ste napísali nutnú a postačujúcu charakteristiku tetivového štvoruholníka pomocou jeho uhlov, ste mohli získať 1 bod. Ak ste sa pokúsili vyriešiť úlohu narysovaním jedného konkrétneho prípadu, mohli ste získať v prípade správneho postupu 1 bod, pretože takýto postup nezaručuje úspešnosť pri inej polohe základných kružníc.

7. 29. februára 1896 hovorila istá dáma jednému pánovi: Keď uvážime, že ste boli presne trikrát starší ako ja, keď sme sa prvýkrát stretli, že potom som ja práve dnes taká stará, ako ste boli vtedy vy, a že keď budem mať trikrát viac rokov ako dnes, budeme mať obaja spolu 100 rokov, môžete mi určiť, koľko budete mať rokov najbližšieho 29. februára? Dokážete to aj vy?

Riešenie: Označme vek dámy v roku 1896 ako x a počet rokov, pred ktorými sa prvýkrát stretli, ako l. Potom v čase ich prvého stretnutia mala dáma $x-l$ rokov a pán trikrát toľko, teda $3\cdot(x-l)$. Keďže v roku 1896 je dáma taká stará, ako bol pán, keď sa prvýkrát stretli, platí

$$3\cdot(x-l)=x.$$

Keď bude mať dáma trikrát viac rokov ako v roku 1896, bude mať $3x$ rokov. Pán bude mať v tom čase $3\cdot(x-l)+l+2x$ rokov, pretože mal v čase prvého stretnutia $3\cdot(x-l)$ rokov a od tohto stretnutia uplynulo do roku 1896 l rokov a do roku, v ktorom bude mať dáma $3x$ rokov, ďalších $2x$ rokov. Preto platí druhá rovnica

$$3\cdot(x-l)+l+2x+3x=100.$$

Po úprave dostávame sústavu dvoch lineárnych rovníc s dvomi neznámymi x, l:

$$2x=3l,$$

$$8x-2l=100.$$

Dosadením vyjadrenia $2x$ z prvej rovnice do druhej dostávame, že

$$10l=100,$$

čo znamená, že

$$l=10.$$

Dosadením tejto hodnoty do prvej rovnice dostávame, že

$$x=15.$$

To znamená, že v roku 1896 mala dáma 15 rokov a s pánom sa stretla pred desiatimi rokmi, keď mala 5 rokov a on 15. V roku 1896 má pán 25 rokov. Keď bude mať dáma 45 rokov, pán bude mať 55 a súčet ich vekov bude 100 rokov.

Najbližší priestupný rok po roku 1896 je rok 1904, takže v tomto roku bude mať pán $25+8=33$ rokov.

Komentár: Túto úlohu bolo najjednoduchšie riešiť pomocou sústavy niekoľkých rovníc s niekoľkými neznámymi. Počet neznámych bol vo vašich riešeniach od 2 po 4 v závislosti od toho, čo ste si označili ako neznáme veličiny. Najnáročnejšia bola konštrukcia samotných rovníc, riešenie sústavy už bolo bezproblémové. Pri záverečnej odpovedi bolo potrebné si uvedomiť, že rok 1900 nie je priestupný, pretože je deliteľný 100 a zároveň nie je deliteľný 400. Za túto chybu ste strácali 1 bod.

8. Stred pravidelného päťuholníka *ABCDE* označme *F* a spojme ho s vrcholmi tohto päťuholníka. Spojme aj dvojice bodov *AB*, *BC*, *CD*, *DE* a *EA*. Aký je najmenší počet farieb, ktorými sa dajú ofarbiť body *A*, *B*, *C*, *D*, *E* a *F* tak, aby žiadne dva spojené vrcholy nemali rovnakú farbu?

Riešenie: Bod F je spojený so všetkými ostatnými bodmi, takže musí mať inú farbu (označme ju farba 1) ako vrcholy päťuholníka. Ak by sme na ofarbenie vrcholov päťuholníka chceli použiť dve farby, tak by sa museli striedať. Avšak ak by bol vrchol A ofarbený farbou 2, tak vrchol B by musel byť ofarbený farbou 3. Vrchol C je spojený s bodmi B a F, takže musí byť ofarbený farbou 2. Podobne vrchol D bude ofarbený farbou 3 a vrchol E farbou 2. Ale to je problém, pretože vrchol A je ofarbený farbou 2. Preto tri farby nestačia. Ofarbenie bodov štyrmi farbami je už jednoduché – napríklad vrchol F farbou 1, vrcholy A a C farbou 2, vrcholy B a D farbou 3 a vrchol E farbou 4.

Komentár: V zadaní sme sa pýtali najprv na body a potom na vrcholy, ale všetci riešitelia interpretovali zadanie úlohy správne.

9. Aký je polomer kružnice vpísanej do kosoštvorca, ktorého uhlopriečky majú dĺžky 6 a 8 cm?

Riešenie: Vieme, že uhlopriečky kosoštvorca sú navzájom kolmé a rozpoľujú sa. Kosoštvorec tak rozdelia na štyri pravouhlé trojuholníky, ktoré majú odvesny s dĺžkami 3 a 4 cm. Na základe Pytagorovej vety ľahko dopočítame, že prepona týchto trojuholníkov má dĺžku 5 cm. Keďže stred vpísanej kružnice je priesečníkom uhlopriečok kosoštvorca, polomer vpísanej kružnice sa rovná dĺžke výšky v na preponu v ľubovoľnom z vyššie spomenutých pravouhlých trojuholníkov.

Na základe Euklidovej vety o výške vieme, že platí

$$3 \cdot 4 = v \cdot 5,$$

odkiaľ dostávame, že hľadaný polomer vpísanej kružnice je

$$v = \frac{12}{5} \text{ cm}.$$

Komentár: Úloha vám nerobila ťažkosti, miestami však chýbali zdôvodnenia, prečo majú spomínané trojuholníky veľkosti strán 3, 4 a 5 cm.

Zadania 3. série úloh korešpondenčnej súťaže

1. Na drevenom plote je 70 latiek. Paľko s Aničkou ich mali všetky ponatierať farbou. Začali aj skončili obaja naraz. Kým Anička natrela dve latky, prešli 4 minúty, Paľko stihol za 8 minút ponatierať tri latky. Ako dlho im trvalo natretie všetkých latiek?

2. Michal išiel na návštevu na motocykli. Keď prešiel polovicu cesty a 1 km, dostal defekt. Opravil ho a išiel ďalej. Zo zvyšku prešiel opäť polovicu a 1 km a znovu dostal defekt. Opravil ho a do cieľa mu chýbalo 8 km. Aká dlhá bola cesta?

3. Ak k dvojcifernému číslu pripíšeme sprava a aj zľava cifru 1, dostaneme štvorciferné číslo, ktoré je 21-krát väčšie ako pôvodné dvojciferné číslo. Vypočítajte hľadané dvojciferné číslo.

4. Na piatich kôpkach je spolu 230 kníh. Vieme, že na druhej kôpke je dva razy viac kníh ako na prvej kôpke, na tretej je viac kníh ako na druhej kôpke a štvrtá kôpka má o 12 kníh viac ako piata kôpka. Koľko kníh môže byť na jednotlivých kôpkach, ak na každej z nich je viac ako 30 kníh?

5. Určte najmenšie prirodzené číslo n, ktoré má aspoň osem rôznych kladných deliteľov, pre ktoré je číslo $3n^2 + 3n + 2$ násobkom čísla 5.

6. Tri celé čísla a, b, c spĺňajú rovnicu $28a + 30b + 31c = 365$. Určte najmenšiu možnú kladnú hodnotu čísla $c - 2a$.

7. Je dané prirodzené číslo n. Určte poslednú číslicu čísla n^2, ak je 7 jeho predposlednou číslicou.

8. Nájdite všetky reálne čísla x, pre ktoré platí

$$\left(x^2 + 1\right) \cdot \mathrm{e}^x + x - 1 = 0 .$$

9. Dokážte, že neexistuje polynóm $f(x)$ s celočíselnými koeficientmi, pre ktorý by platilo $f(7) = 5$ a $f(15) = 9$.

10. Nájdite všetky prirodzené čísla m, n, ktoré sú riešeniami rovnice $2^m - 3^n = 7$.

11. Zistite, či existuje množina 4 004 takých prirodzených čísel, že súčet čísel ľubovoľnej 2 003-prvkovej podmnožiny tejto množiny nie je deliteľný číslom 2 003.

12. Nech a, b, c sú kladné reálne čísla, ktorých súčin nie je väčší ako ich súčet. Dokážte, že potom platí nerovnosť

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq \sqrt{3}abc.$$

13. Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je definovaná predpisom $a_{n+1} = 3a_n - a_{n-1}$, pričom $a_1 = 20$, $a_2 = 30$. Nájdite všetky prirodzené čísla n, pre ktoré je $5a_{n+1}a_n + 1$ druhou mocninou celého čísla.

14. Dokážte, že pre všetky prirodzené čísla n platí nasledujúca nerovnosť:

$$\left(2n^2 + 3n + 1\right)^n \geq 6^n \cdot (n!)^2$$

Termín odoslania riešení úloh 3. série: do 30. 8. 2010

Riešenia zasielajte na adresu:

P-MAT, n. o.
Ing. Mgr. Martin Hriňák
P. O. BOX 2
814 99 Bratislava 1

Výsledková listina po 2. sérii korešpondenčnej súťaže

Por.	Priezvisko	Meno	Kategória	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Spolu
1	Šromeková	Karolína	Z	ZŠ s MŠ Poprad, Francisciho	16	5	4	5	5							35
1	Papcúnová	Martina	Z	ZŠ Svit, Mierová 134	16	5	4	5	5							35
3	Ševčovičová	Mária	C	G A. Merici Trnava	15			5	5	4	2					31
4	Vidličková	Eva	A	G A. Merici Trnava	14							4	5	5		28
5	Králiková	Zuzana	Z	OG Košice, Alejová 1	20											20
6	Vancák	Vladislav	Z	OG Košice, Alejová 1	19											19
7	Turek	Matej	C	G A. Merici Trnava	9											9
8	Golhová	Ivana	B	OA Šurany	8							0				8
9	Blahová	Dominika	B	OA Šurany	7							0				7
9	Hancková	Mária	A	OA Šurany	3									4		7
11	Stančíková	Michaela	C	Žilina	3					3						6
12	Vargová	Andrea	A	Košice	3							0	0	1		4
13	Ďurková	Jana	A	Košice	2							0	0	1		3

Ďalší súťažiaci získali 0 bodov.

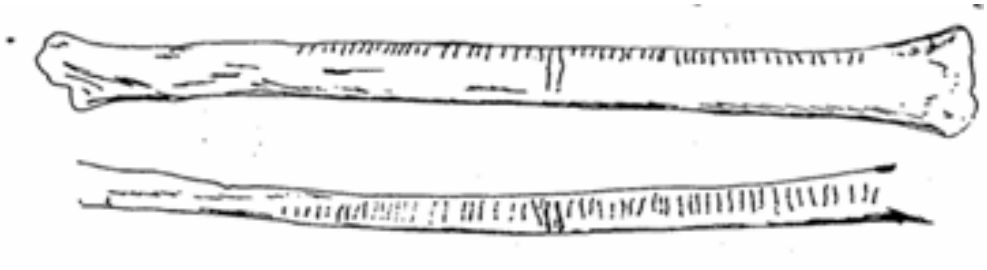
Čriepky z histórie matematickej kultúry

Z filozofického slovníka

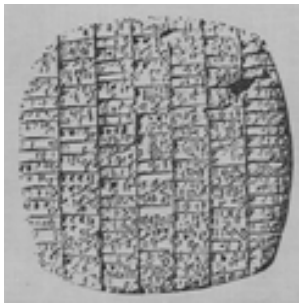
Mathéma znamená v gréčtine učenie, poznanie, vedomosť. Všeobecná matematika je súbor vied, ktoré svojou metódou umožňujú spoznať to, čo sa dotýka poriadku a miery, nezávisle od nejakého jednotlivého predmetu. Matematiku môžeme chápať aj ako systém logicky deduktívne odvodzovaných tvrdení, ktoré sa opierajú o základné matematické pojmy, axiómy a spôsoby dôkazov (sústava dokázateľných formúl). Správne pochopiť, čo je matematika, znamená spoznať proces jej vývoja. Matematické teórie sú pokusom formálne zachytiť časť reálnej skutočnosti a myšlienkovej aktivity ľudského ducha. *Matematika je široká nádherná krajina, otvorená pre všetkých, ktorým myslenie prináša skutočnú radosť.* (W. Fuchs)

Vrubovky

Ani dejiny matematiky nezačínajú určitým dátumom. Medzi najstaršie dokumenty početného záznamu patrí 18 cm dlhá kosť mladého vlka s 55 zárezmi nájdená profesorom K. Absolónom roku 1936 pri Dolních Věstonicích na Morave. Jej vek sa odhaduje na 25 – 28 tisíc rokov. Podobné vrubovky, rováše sa našli aj v Zaire a Južnej Afrike, vo Francúzsku i na Sibíri. O spôsobe ich použitia sa mienky rôznia.



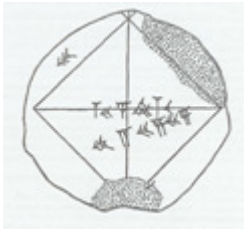
Medzi Eufratom a Tigrisom





Medzi najstaršie kultúrne oblasti sveta patrí územie medzi riekami Eufrat a Tigris. Sumeri už približne 3300 rokov pred n. l. poznali slabičné písmo (asi 400 znakov). Z obdobia okolo 2800 rokov pred n. l. sa zachovala sumerská tabuľa s číselnými znakmi. Vieme, že klinovým písmom zapisovali čísla v šesťdesiatkovej sústave. V starovekom Babylone zaznamenali do obrázku štvorca so stranou 30 aj dĺžku jeho

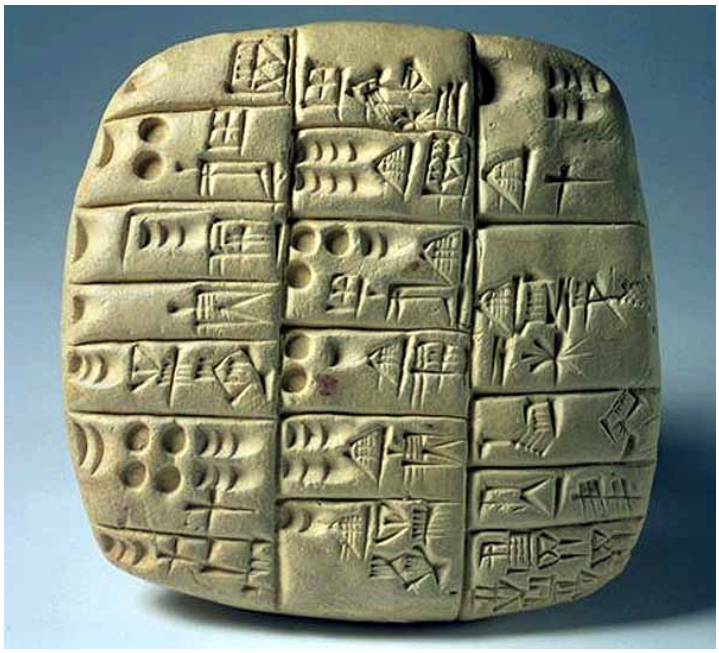
uhlopriečky ako $42+\frac{25}{60}+\frac{35}{60^2}$. Hodnotu $\sqrt{2}$ uvádzali ako $1+\frac{24}{60}+\frac{51}{60^2}+\frac{10}{60^3}$. Dnes to znamená pre veľkosť uhlopriečky štvorca presnosť až na 5 desatinných miest. Mezopotámska matematika sa dostala do základov nielen číselných symbolov, ale aj do babylonskej šesťdesiatkovej a neskôr i do desiatkovej číselnej sústavy. Nečakanou zaujímavosťou je aj fakt, že bola nájdená tabuľka s hodnotami pätnástich pytagorovských trojuholníkov. Viac než tisíc rokov pred Pytagorom bola známa tzv. *Pytagorova veta*.



Regula falsi – falošný predpoklad

Už veľmi dávno v egyptskej škole (sú o tom doklady na zachovaných papyrusoch z 18. storočia pred naším letopočtom) riešili úlohu: *Celok a jeho štvrtina dávajú 15. Koľko je celok?* Zachoval sa tento návod: *Počítaj so štyrmi, k tomu musíš pridať štvrtinu, t. j. jednu; spolu je to 5. Vydeľ 15 piatimi, dostaneš tri. To vynásob štyrmi. Hľadané množstvo celku je 12.* V dnešnej dobe by sme postup zapísali a vysvetlili takto: $x+\frac{x}{4}=15$. Nech $x=4k$. Potom $4k+\frac{4k}{4}=15$, teda $k=\frac{15}{5}=3$, čo ale znamená, že $x=4\cdot 3=12$. Takýto postup dnes nazývame ***metóda falošného predpokladu – regula falsi***. Uplatňujeme ho napr. aj pre približné určenie koreňov rovnice $f(x) = 0$ metódou tetív alebo dotyčníc.

Dušan Jedinák



So záujmom pre dejiny matematickej kultúry

(FOLTA, J.: *Dějiny matematiky I.* Praha: NTM, 2004; 146 s., 54 obr.)

Štúdium matematiky bez jej historického podkladu je možno nielen menej podnetné, ale asi aj neúplné. Matematika bez histórie jej vzniku, časových a dobových postupov alebo ľudských podnetov je určite menej zaujímavá. Každá podnetná publikácia o dejinách rozvoja matematickej kultúry je aj didaktickým impulzom, sprístupňuje celkové historické pozadie rozvoja matematických disciplín.

Jaroslav Folta je uznávaným odborníkom z dejín matematiky. Pripravil zatiaľ prvú časť v podstate učebnice pre poslucháčov rôznych foriem vysokoškolského štúdia. V obsahu sú zaradené kapitoly: *Vývoj matematiky*; *Stručný úvod do metodiky odbornej práce v dejinách matematiky*; *Prehistorické začiatky počítania*; *Cesta k začiatkom geometrie*; *Antická veda*; *Začiatky gréckej matematiky*; *Zlatá doba gréckej matematiky*; *Orientálne podnety rozvoja matematiky*.

K základný vedomostiam znalcov histórie matematiky patria napríklad *Rhindov papyrus* s úlohami staroegyptskej geometrie (tam je aj 50. príklad – pokus o aproximáciu obsahu plochy kruhu štvorcom), geometrická konštrukcia delenia pomocou využitia útvarov s rovnakou plochou, dôkaz *Pytagorovej vety* na základe platnosti viet o zhodnosti trojuholníkov a premeny rovnobežníka na trojuholníky s rovnakým obsahom. O tom je zmienka na stránkach (72; 99; 115) spomínanej publikácie. Po jej preštudovaní možno súhlasiť s mienkou René Descarta (1596 – 1650): *Do matematiky patria všetky vedy, ktoré majú čo robiť s poznávaním systému a miery bez ohľadu na to, či túto mieru hľadajú v číslach, obrazcoch, konšteláciách, zvukoch alebo iných objektoch. Preto musí existovať univerzálna veda skúmajúca všetko, čo sa dotýka miery a systému, a úplne nezávislá od toho alebo onoho použitia... Všetky ostatné vedy sa k nej majú ako časť k celku.*

Foltove *Dějiny matematiky I.* prispievajú k pochopeniu toho, že už v začiatku starogréckeho rozvoja racionálnej argumentácie sa matematika stala vzorom umenia viesť spor a odmietať nepodložené názory. Matematika si začala budovať ucelené teórie, uplatňovať prehľadné pravidlá odvodzovania svojich výrokov a presadila dôležitosť ich jednoznačných dôkazov.

Dušan Jedinák

Odkazy mladým čitateľom

- *Číslo je vodcom a pánom ľudského myslenia. Bez jeho sily by všetko ostalo tajuplným a nejasným.* (Filolaos)

- *Celá ľudská dôstojnosť spočíva v myslení. Snažme sa preto, aby sme mysleli správne; v tom je princíp mravnosti.* (B. Pascal)

- *Kto podceňuje výsledky matematiky, škodí celej vede, lebo ten, kto nepozná matematiku, nemôže poznať ostatné exaktné vedy a nemôže pochopiť svet.* (R. Bacon)

- *Ak vás zaujíma úplný obraz sveta, jediná cesta, ako ho pochopiť, je pomocou matematického popisu... Nepoznať matematiku je výrazným obmedzením na ceste k pochopeniu sveta. Matematika je nástroj pre usudzovanie. V nej sú sústredené výsledky exaktného myslenia mnohých ľudí.* (R. P. Feynman)

- *Matematika sa podobá určitému druhu spoločného jazyka, uspôsobenému na vyjadrovanie vzťahov, ktoré buď nie je možné alebo je zložité objasňovať slovami.* (N. Bohr)

- *Matematika je symbolický univerzálny jazyk umožňujúci popis rôzneho obsahu, vyjadrujúci presné a jasné myslenie, smerujúce k riešeniu najrozličnejších problémov.* (Ž. Krygovská)

- *Matematika je napínavé a krásne dobrodružstvo ľudského umu. Do svojich tajomstiev dovoľuje nazrieť iba tým, ktorí sa k nej približujú nadšení jej krásou a naplnení čistou túžbou po poznaní... Matematika je mapa skutočného sveta. Zaoberať sa matematikou vlastne znamená, v zrkadle nášho myslenia pozorovať a študovať svet, v ktorom žijeme.* (A. Rényi)

- *Matematika je veda o nekonečne. Jej cieľom je, aby človek, ktorý je konečný, vystihol nekonečno pomocou znakov.* (H. Weyl)

- *Matematika je univerzálny symbolický jazyk, ktorý sa nezaoberá opisom vecí, ale všeobecným vyjadrovaním vzťahov... Matematika je sprostredkujúca sféra medzi zmyslovým a nadzmyslovým svetom.* (E. Cassirer)

- *Matematika je všeobecná reč: jazyk symbolov, technických definícií, výpočtov a logiky... Matematika je potešenie spočívajúce v nachádzaní spôsobov myslenia, ktoré vysvetľujú, organizujú, zjednodušujú.* (W. P. Thurston)

(*vybral D. Jedinák*)

Obsah

Redakčná pošta ..... 2. strana obálky
Dušan Jedinák: Camille Jordan – profesiou inžinier, povolaním matematik 1
Korešpondenčná súťaž v školskom roku 2009/2010 2
Riešenia 2. série úloh korešpondenčnej súťaže..... 2
Zadania 3. série úloh korešpondenčnej súťaže 7
Výsledková listina po 2. sérii korešpondenčnej súťaže 9
Dušan Jedinák: Čriepky z histórie matematickej kultúry... 10
Dušan Jedinák: So záujmom pre dejiny matematickej kultúry..... 12
Dušan Jedinák: Odkazy mladým čitateľom ..... 3. strana obálky

MATMIX – matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl, vydáva Ing. Mgr. Martin Hriňák a Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Bratislava 1, ako pomocnú literatúru pre predmetové komisie matematiky a pre žiakov so záujmom o matematiku.

Šéfredaktor: Ing. Mgr. Martin Hriňák
Redakcia: Dušan Jedinák, Bc. Katarína Škrovinová
Tlač a väzba: Eduard Rác
Vydavateľ: Ing. Mgr. Martin Hriňák
Adresa redakcie: P-MAT, n. o., Ing. Mgr. Martin Hriňák, P. O. BOX 2, 814 99 Bratislava 1
E-mail: matmix@matmix.sk
Webová stránka: http://www.matmix.sk
Registračné číslo MK SR: EV 2029/08
ISSN: 1336-7854
Náklad: 100 ks. Vychádza 4-krát ročne.

