Číselné úlohy pre rok 2014

Ponúkame vám jednoduché i mierne podnetné úlohy, v ktorých hrá zaujímavú úlohu číslo 2014.

1. Stanovte súčet všetkých prirodzených párnych deliteľov čísla 2014.

2. Nájdite prirodzené čísla x, y, aby pre ne platilo $2 \cdot \left(x^2 - y^2\right) = 2014$.

3. Stanovte, koľko cifier potrebujeme na očíslovanie všetkých strán encyklopédie, ktorá má 2014 strán (číslujeme od 1, 2, 3, ..., 2014).

4. Píšeme za sebou čísla 1, 2, 3, ..., 134, 135, ... Použili sme 2014 číslic. Ktorú číslicu sme napísali poslednú?

5. Stanovte, koľko prirodzených čísiel od 1 do 2014 vrátane nie je deliteľných žiadnym z čísiel 2, 19, 53.

6. Stanovte počet prirodzených čísiel od 1 do 10^6, ktoré končia štvorčíslím 2014.

7. Stanovte, koľko prvočísiel menších než 2014 má ciferný súčet dva.

8. Stanovte ciferný súčet čísla $10^{2014} + 2014$ v jeho desiatkovom zápise.

9. Stanovte poslednú cifru čísla $2014^{2014} - 14$ v jeho desiatkovom zápise.

10. Stanovte prvú číslicu najmenšieho prirodzeného čísla, ktorého ciferný súčet je 2014.

11. Stanovte hodnotu výrazu

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{2012}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2013}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2014}\right).$$

12. Stanovte zvyšok po delení čísla 10^{2014} číslom 15.

13. Stanovte poslednú cifru desatinného rozvoja čísla 5^{2014}.

14. Stanovte poslednú číslicu čísla $3^{2012}\ 7^{2013}\ 13^{2014}$ v jeho desiatkovom zápise.

15. Zápis čísla K v desiatkovej sústave sa skladá z 2014 deviatok 999...999. Stanovte, koľko deviatok obsahuje desiatkový zápis čísla K^2.

16. Encyklopédia má očíslovaných 2014 strán (prirodzené čísla od 1 do 2014 vrátane). Stanovte, koľkokrát sa na týchto očíslovaných stránkach vyskytuje číslica 4.

17. Stanovte, koľko prirodzených čísiel menších než 10^{2014} má ciferný súčet 2.

18. Stanovte, koľko rôznych štvoríc prirodzených čísel $x\ y\ z\ t$ je riešením rovnice $x\ y\ z\ t\ \ 12\ \ 2014$.

19. Nájdite všetky rôzne trojice prirodzených čísel $x\ y\ z$, ktoré sú riešením rovnice $x\ y\ z\ \ 2014$.

20. Máme napísané všetky prirodzené čísla od 1 do 2014 (vrátane). Ak z nich najprv označíme všetky, ktoré sú deliteľné dvomi, potom inou značkou označíme všetky čísla deliteľné tromi a na záver označíme zase inou značkou všetky čísla deliteľné štyrmi, stanovte, koľko z čísel na tabuli bude potom označených práve dvomi značkami.

21. Stanovte, koľko prirodzených čísiel menších než 10^{2014} má ciferný súčet 3.

Dušan Jedinák