

Studne

Dvaja susedia sa rozhodli kopať dve studne vo svojich záhradách niekoľko metrov od seba. Prvý sa rozhodol, že jeho studňa bude mať prierez štvorec so stranou jeden meter, a druhý chcel mať studňu s kruhovým prierezom s priemerom tiež jeden meter. Obaja potrebujú, aby v nej mali aspoň jeden meter kubický vody. Prvý sused musel kopať studňu do hĺbky 5 metrov. Cena za vykopanie studne závisí priamo úmerne od objemu vykopanej zeminu, pričom sa stanovuje hĺbka, do ktorej sa kope, s presnosťou na centimetre.

- Určte, do akej hĺbky musel kopať druhý sused, aby dostal požadovanú studňu, ak chce za kopanie platiť čo najmenej.
- Určte, ktorá studňa bola drahšia.
- Určte rozdiel v objemoch týchto dvoch studní.

Riešenie: a) Keďže studne sú blízko seba, hladina spodnej vody bude v oboch studniach rovnaká. Keďže prvý sused musel kopať do hĺbky 5 metrov, aby mal v studni 1 m^3 vody, a prierez jeho studne je 1 m^2 , posledný meter vykopanej studne je už naplnený vodou. To znamená, že druhý sused musel kopať štyri metre, aby narazil na spodnú vodu. Ďalej kopal toľko, aby objem valca s priemerom jeden meter (teda polomerom $0,5$ metra) a neznámou výškou bol 1 m^3 . Ak označíme jeho neznámu výšku h , riešime lineárnu rovnicu $\pi \cdot (0,5 \text{ m})^2 \cdot h = 1 \text{ m}^3$.

Jej vyriešením dostaneme, že $h = \frac{4}{\pi} \doteq 1,273 \text{ m}$. Keďže objem vody má byť aspoň jeden meter kubický, musíme túto hĺbku zaokrúhliť nahor na $1,28$ metra. Celkovo teda druhý sused musel kopať do hĺbky 528 cm .

b, c) Objem prvej studne vypočítame ako objem kvádra s hranami 1 meter, 1 meter, 5 metrov: $V_1 = 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} = 5 \text{ m}^3$.

Objem druhej studne vypočítame ako objem valca s priemerom podstavy $0,5 \text{ m}$ a výškou $5,28 \text{ m}$:

$$V_2 = \pi \cdot (0,5 \text{ m})^2 \cdot 5,28 \text{ m} \doteq 4,147 \text{ m}^3.$$

Rozdiel v objemoch týchto dvoch studní je $V_1 - V_2 \doteq 5 \text{ m}^3 - 4,147 \text{ m}^3 = 0,853 \text{ m}^3$.

Z toho vyplýva, že drahšia a aj objemnejšia bola prvá studňa, pričom jej objem je približne o 853 litrov väčší ako objem druhej studne.