

## 17 úloh pre rok 2017

Ponúkam jednoduché a možno aj niektoré mierne podnetné úlohy, v ktorých hrá zaujímavú úlohu číslo 2017.



1. Stanovte počet prirodzených čísel od 1 do  $10^6$ , ktoré končia štvorčíslím **2 017**.
2. Stanovte, koľko prvočísel menších než **2 017** má ciferný súčet 2.
3. V desiatkovej číselnej sústave stanovte ciferný súčet čísla  $10^{2017} + 2017$ .
4. Stanovte poslednú cifru čísla  $2017^{2017} - 17$  vyjadreného v desiatkovej číselnej sústave.
5. Stanovte prvú číslicu najmenšieho prirodzeného čísla, ktorého súčet číslic je **2 017**.
6. Zapíšme za sebou čísla od 1 do 999: 123 456 789 101 112 ... 997 998 999. Stanovte, aká číslica je na **2 017**. mieste od začiatku.
7. Stanovte hodnotu výrazu
$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2015}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2016}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2017}\right).$$
8. Stanovte zvyšok po delení čísla  $10^{2017}$  číslom 15.
9. Stanovte poslednú cifru desatinného rozvoja čísla  $5^{-2017}$ .
10. Stanovte číselnú hodnotu výrazu
$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2015 \cdot 2016} + \frac{1}{2016 \cdot 2017}.$$
11. Zápis čísla  $K$  v desiatkovej sústave sa skladá z **2 017** deviatok (999...999). Stanovte, koľko deviatok obsahuje desiatkový zápis čísla  $K^2$ .
12. V encyklopédii je očíslovaných **2 017** strán (prirodzené čísla do **2 017** vrátane). Stanovte, koľkokrát sa na týchto očíslovaných stránkach vyskytuje číslica 7.
13. Stanovte, koľko prirodzených čísel menších než  $10^{2017}$  má ciferný súčet 3.
14. Nájdite všetky rôzne trojice prirodzených čísel  $x < y < z$ , ktoré sú riešením rovnice  $x \cdot y \cdot z + 4 = 2017$ .
15. Stanovte, koľko rôznych štvoric prirodzených čísel  $x < y < z < t$  je riešením rovnice  $x \cdot y \cdot z \cdot t + 15 = 2017$ .

16. Na tabuli sú napísané všetky prirodzené čísla od 1 do **2 017** (vrátane). Ak najprv označíme z nich všetky, ktoré sú deliteľné dvomi, potom inou značkou označíme všetky čísla deliteľné tromi a na záver označíme zase inou značkou všetky čísla deliteľné štyrmi, stanovte, kolko z čísel na tabuli bude potom označených práve dvomi značkami.

$$\begin{aligned}
 & 2 > -\infty + - \\
 & 0.999\dots = 1 \quad \pi \approx 3.14 \quad 5^2 \div \\
 & \sqrt{2^{1+2 \cdot 3}} \quad (1-2)+3 \\
 & 5^{(2+2)} \quad 101_2 = 5_{10}
 \end{aligned}$$

17. Vieme, že  $s_n = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + (-1)^{n-1} \cdot n$ . Stanovte  $s_{2016} + s_{2017}$ .

Správne odpovede nájdete nielen na 11. strane časopisu, ale aj na webstránke [www.era.topindex.sk](http://www.era.topindex.sk) v časti Testy s matematickou tematikou (17 úloh pre rok 2017).

*Dušan Jedinák*

