Matematické úlohy s lichobežníkom

1. Stanovte obsah rovnoramenného lichobežníka, ak sú jeho uhlopriečky na seba kolmé a výška lichobežníka má veľkosť 8 cm.

2. Vypočítajte obvod lichobežníka *ABCD*, ak mu možno vpísať kružnicu a stredná priečka tohto lichobežníka má dĺžku 1 meter.

3. Ak si v ľubovoľnom lichobežníku *ABCD* označíme stred ramena *BC* ako bod *S*, potom dokážte, že obsah trojuholníka *ASD* sa rovná polovici obsahu lichobežníka *ABCD*.

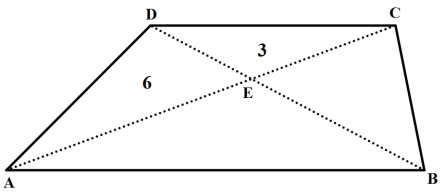
4. Dokážte, že v každom lichobežníku stredy jeho uhlopriečok a stredy jeho ramien ležia na jednej priamke.

5. Dokážte, že ak niektorá stredná priečka konvexného štvoruholníka s nezhodnými stranami ho rozdelí na dve časti s rovnakým obsahom, tak tento štvoruholník je lichobežník.
6. Zostrojte lichobežník *ABCD*, v ktorom je priamka *AB* rovnobežná s priamkou *CD*, jeho uhlopriečky zvierajú pravý uhol, $|AB| = 8$ cm, $|BC| = 5$ cm a priesečník uhlopriečok od strany *AB* vzdialenosť 3 cm.

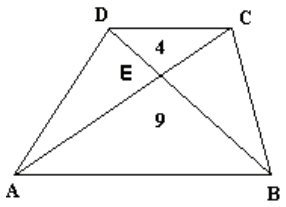
7. Zostrojte rovnoramenný lichobežník *ABCD* s dlhšou základňou *CD* s dĺžkou 10 cm, ak viete, že ho možno rozdeliť dvoma priamkami prechádzajúcimi bodom *A* na tri rovnoramenné trojuholníky, z ktorých jeden je trojuholník *ABC*.

8. Vypočítajte obsah lichobežníka *ABCD*, ak čísla v obrázkoch znamenajú obsah príslušných trojuholníkov:

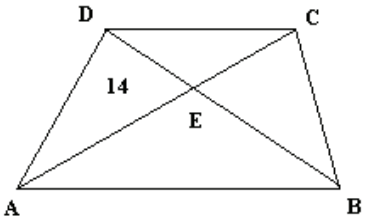
a)



b)



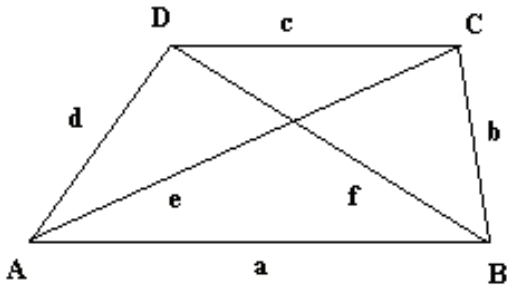
c) $|AE| = 2 \cdot |EC|$



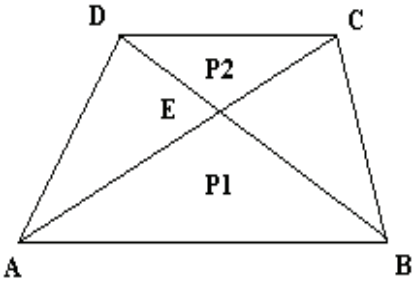
9. Vypočítajte obsah lichobežníka *ABCD*, ak sú dané veľkosti $|AB| = 24$ cm, $|BC| = 16$ cm, $|AC| = 22$ cm, $|BD| = 26$ cm.

10. V lichobežníku *ABCD* so základňami *AB*, *CD* platí: $|CD| = |AD| + |BC|$. Dokážte, že potom osi uhlov *DAB* a *CBA* sa pretínajú na strane *CD*.

11. Dokážte, že pre lichobežník *ABCD*, kde ***a***, ***b***, ***c***, ***d***, ***e***, ***f*** sú veľkosti jeho strán a uhlopriečok (pozri obrázok) platí: $e^2 + f^2 = b^2 + d^2 + 2ac$.

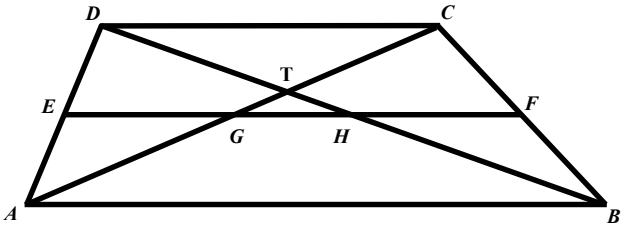


12. Dokážte, že ak v lichobežníku *ABCD*, kde *E* je priesečník jeho uhlopriečok, platí, že obsah trojuholníka *ABE* je P_1 a obsah trojuholníka *DCE* je P_2, tak pre obsah lichobežníka *ABCD* platí $S = \left(\sqrt{P_1} + \sqrt{P_2}\right)^2$.



13. Rovnoramenný lichobežník *ABCD* so základňami *AB*, *CD* má vpísanú kružnicu so stredom *O*. Stanovte obsah tohto lichobežníka, ak sú dané dĺžky úsečiek *OB* a *OC*.

14. V lichobežníku *ABCD*, v ktorom jeho uhlopriečky *AC*, *BD* rozdeľujú jeho strednú priečku *EF* na tri zhodné úsečky *EG*, *GH*, *HF*, dokážte, že platí $|AB| = 2 \cdot |CD|$.



15. Dokážte, že každému rovnoramennému lichobežníku možno opísať kružnicu.

16. Je daný lichobežník $ABCD$. Nech $M \in \overleftrightarrow{AD} \cap \overleftrightarrow{BC}$ a $N \in \overleftrightarrow{AC} \cap \overleftrightarrow{BD}$. Dokážte, že M, N a stredy oboch základní ležia na jednej priamke.

17. V rovnoramennom lichobežníku má uhlopriečka veľkosť 16 cm a zviera so základňou lichobežníka uhol 45°. Stanovte obsah lichobežníka.

18. Odvoďte vzťah pre výpočet obsahu rovnoramenného lichobežníka, ak poznáme veľkosť uhlopriečky a jej odchýlku od základne.

19. V lichobežníku $ABCD$ platí: $|AD| = |DC| = |CB| = m$ a $|AB| = |AC| = z$. Stanovte vnútorný uhol tohto lichobežníka pri vrchole D.

Dušan Jedinák