Metodicko-pedagogické centrum, Tomášikova 4, Bratislava

Združenie na podporu vzdelávania
EDUKÁCIA
CASIO

Ročník: 8
Číslo: 4
Šk. rok: 2002/2003

Matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl



Meranie veličín je základný bod celého uplatnenia matematiky.
Henri Lebesgue (1875-1941)

(Podrobnosti v čísle na s. 1)

Oznamy redakcie

Prosíme našich čitateľov, aby si všimli, že už je v prevádzke naša www stránka. Adresa je

www.matmix-web.sk

***Končíme školský rok 2002-2003** a s radosťou konštatujeme, že o matematiku a riešenia úloh je medzi žiakmi stále veľký záujem. Korešpondenčnej súťaže sa zúčastnilo vyše 200 žiakov z celej republiky. Na sústredenie, ktoré bude tradične v Štúrove od 25. do 29. augusta 2003 pozývame prvých štyroch a najlepšieho "negymnazistu" z každej kategórie okrem E. V prípade poklesu počtu účastníkov pod 20 pozveme náhradníkov podľa celkového počtu získaných bodov. Víťazi kategórie E dostanú podobne ako víťazi všetkých kategórií kalkulačky od nášho sponzora - firmy **CASIO**. Učitelia víťazov získavajú predplatné MATMIXu na budúci školský rok.*

Pokiaľ sa naša finančná situácia nezmení, aj v budúcom školskom roku vyjdú štyri čísla nášho časopisu a budú opäť tri kolá našej súťaže. Všetci riešitelia, ktorí získali viac ako polovicu všetkých bodov, teda v π aspoň 16 a v ostatných kategóriách aspoň 31 bodov dostanú diplomy úspešných riešiteľov súťaže.

Diplomy a pozvánky na sústredenia vám pošleme na školy do konca školského roku. Kalkulačky vám odovzdáme na sústredení a tí, ktorí sa sústredenia nezúčastnia, nám zavolajte, alebo mailujte, aby sme sa dohovorili na ich prebraní. Nechceme ich posielať poštou. Týka sa to hlavne malých účastníkov z kategórie E. Pokiaľ by niekto z ich rodiny alebo školy cestoval do Bratislavy, môže si po telefonickom dohovore (aj mobil 0908/185823) kalkulačku vyzdvihnúť priamo v redakcii na Tomášikovej 4, to je vo dvore gymnázia. Ináč ich v septembri pošleme

Na základné školy pribaľujeme po jednom MINIMATIKu ako ukážku pre prípadné objednávky. Bližšie na zadnej strane obalu.

Objednávky na odber Matmixu v školskom roku 2003/2004 vám pošleme na terajšie adresy v septembri.

Všetkým našim čitateľom želáme krásne prázdniny, veľa nových zážitkov, slnka, vody a dobrého vzduchu, ale aj spoločnosť skvelých priateľov - aby ste sa mali aspoň tak, ako to býva na našich sústredeniach.

redakcia

Henri Lebesgue – nový pohľad na zvláštne prípady



Je zložité jednoducho a hneď vysvetliť niektoré partie vyššej matematiky. Niekedy sa to podarí: Ak vyberáme z kôpky bankovky náhodne a postupne sčítame ich hodnoty, dôjdeme k celkovej hodnote „riemannovskou“ integráciou. Ak však všetky bankovky rovnakej hodnoty dáme na kôpky a sčítame ich po kôpkach, tak to je „lebesgueovská“ integrácia. Takto jednoducho vyjadril francúzsky matematik *Henri Lebesgue* (28. 6. 1875 – 26. 7. 1941) svoj spôsob definície integrálu. Ak budete študovať Lebesgueov integrál, spomeňte si na „ľudové“ vysvetlenie od samotného autora. „*Meranie veličín je základný bod celého uplatnenia matematiky.*“

Narodil sa v rodine typografa a učiteľky základnej školy v Beauvais. Chudoba a časté choroby v ňom vypestovali záľubu v hrách, ktoré mohol robiť na papieri – s číslami a geometrickými obrazcami. Matematické uvažovanie ho neopustilo ani na strednej škole. Domáca knižnica otcových mnohostranných záujmov mala podstatnú úlohu v orientácii Henriho na exaktné vedy. Učitelia v škole vybadali jeho talent a prispeli k rozvoju jeho analytického myslenia. Po skončení gymnázia (1894) v Paríži vyštudoval École normale supérieure (1897) a dosiahol kvalifikáciu učiteľa matematických predmetov pre stredné školy. Lebesgue však zostal dva roky pracovať v knižnici, aby mal prístup k zaujímavej odbornej literatúre a čas na hlbšie štúdium. Až potom začal učiť na gymnáziu v Nancy. Výsledky vedeckej práce predložil ako nový pohľad na integrovanie. Toto pojednanie sa pokladá za jedno z najlepších spisov, za ktoré bol udelený doktorát z matematiky (1902). Henri Lebesgue postupne prednášal v College de France v Paríži, na fakultách v Rennes a Poitiers, na parížskej Sorbonne. Bol vymenovaný za profesora matematiky (1921), zvolený za člena Akadémie vied (1932). Stal sa hviezdou prvej veľkosti medzi vtedajšími matematikmi. Dvakrát dostal Cenu francúzskej akadémie (1912, 1917) i rád Čestnej légie (1918). Získal členstvo v Londýnskej kráľovskej spoločnosti (1930), stal sa členom mnohých akadémií vied a matematických spoločností. Bol aj dobrým manželom a otcom svojich dvoch detí. Napriek tomu, že sa nezaujímal o politiku, okupácia Francúzska ho urážala. Smútok a ťažká choroba zapríčinili jeho smrť.

Lebesgue podstatne ovplyvnil rozvoj matematickej analýzy. Originálnymi výsledkami rozvinul Borelovu teóriu miery, ukázal využitie trigonometrických radov, prispel k rozvoju klasickej teórie potenciálu i topológie. Mal schopnosť dívať sa na staré veci novým pohľadom, bol premýšľajúcim pozorovateľom zvláštnych prípadov. Podal zjednodušený dôkaz Weierstrassovej vety o aproximácii spojitej funkcie polynómami. Rozpracoval teóriu množinových funkcií, študoval konvergenciu a sčítateľnosť Fourierových radov. Stal sa zakladateľom súčasnej teórie funkcií reál-

nej premennej a svojou lebesgueovskou teóriou integrovania podporil funkcionálnu analýzu.



Mal hlboký záujem o pedagogické a metodické problémy vyučovania matematiky. V prednáškach kládol dôraz na pôvodný vzťah pojmov a teórií k realite, v ktorej vznikli. Pred žiakmi ukazoval, ako myslí matematik, vytváral matematické idey. Často uplatňoval vo svojich pojmoch geometrické predstavy. Jeho prejav bol jasný, presný pri odvodzovaní, jednoduchý a prehľadný. Spôsob a štýl jeho prác bol nezabudnuteľný. Vychoval celý rad francúzskych matematikov, napísal dobré učebnice. Modernizoval klasické učebné kurzy vo svetle nových teórií. Stal sa ozdobou francúzskeho trojlístku „zlatého veku parížskej matematiky“ – Emil Borel (1871 – 1956), René Baire (1874 – 1932) a Henri Lebesgue.

V osobnom živote bol dobrosrdečný, spravodlivý a skromný. Mal rád priamosť, otvorenosť, trpezlivosť. Oceňoval myšlienky každého, kto objavoval nové a účinné matematické prostriedky. Nesťažoval sa na počiatočné pochopenie, vždy bol mladý duchom. Neraz hýril vtipom, ľahkou iróniou a jemným humorom. Matematik Henri León Lebesgue, človek s citlivou dušou, pripravil nové všeobecnejšie a abstraktnejšie pohľady súčasnej matematiky.

Dušan Jedinák

Baví ma matematika a logika

20 rokov matematických korešpondenčných seminárov pre základné školy

V tomto školskom roku prebieha 20. ročník korešpondenčného seminára z matematiky pod názvom Pikomat. Ide o formu súťaže talentovaných žiakov, jeho cieľ je však oveľa hlbší ako len súťaž žiakov.

„Baví ma matematika a logika“ je jeden z mnohých argumentov riešiteľov týchto seminárov. Cieľom korešpondenčných seminárov je totiž nielen súťaž samotná, ale najmä kultivovanie myslenia žiakov. Keďže sú tieto semináre určené predovšetkým nadaným deťom, práve pri ich riešení si nájdu také pozitívne využitie voľného času, ktoré im bežná škola nie vždy dokáže poskytnúť.

Seminár vznikol v roku 1983, pričom jeho prvoradým cieľom bolo podchytenie talentovaných detí a ich prilákanie na matematické gymnáziá, ktoré v tom čase vznikli. Bol určený pre Bratislavu a vtedajší Západoslovenský kraj. Seminár sa začal organizovať pre žiakov 7. - 8. ročníka základných škôl. Počas školského roka sa konalo niekoľko kôl. V každom kole dostali žiaci poštou domov sadu náročných, no najmä zaujímavých úloh z matematiky. Na ich vyriešenie mali niekoľko týždňov. Riešenia žiaci posielali organizátorom, ktorí ich hromadne opravovali, zostavovali výsledkové

listiny a spolu so vzorovými riešeniami a zadaniami ďalšej série úloh im ich posielali poštou späť.

Seminár vznikol pod vedením RNDr. Vladimíra Burjana, ktorý bol v tom čase študentom Matematicko-fyzikálnej fakulty UK. Vznikol podľa vzoru korešpondenčného seminára z matematiky pre stredné školy (KMS), ktorý už v tom čase viac rokov úspešne fungoval. Počas 20-ročnej histórie seminára sa pri jeho organizovaní vystriedalo niekoľko generácií organizátorov. Prevažnú väčšinu z nich tvorili študenti vysokých škôl s matematickým zameraním.

Názov Pikomat vznikol ako skratka názvu „PIoniersky KOrešpondenčný MATematický seminár“. Označenie „pioniersky“ bolo v tej dobe viac-menej povinné, seminár však v skutočnosti s pionierskou organizáciu nemal nič spoločné. V záujme zachovania tradície sa názov dodnes nezmenil. Pikomat vznikol ako prvý korešpondenčný seminár z matematiky pre základné školy v celom bývalom Československu. Následne, v druhej polovici 80-tych rokov, začali práve podľa vzoru Pikomatu vznikať aj ďalšie semináre po celom Československu. Organizovali sa takmer v každom kraji. Pikomat sa stal všeobecným pomenovaním takýchto seminárov. Okrem pikomatov sa začali postupne organizovať dokonca aj korešpondenčné semináre z iných predmetov.

Po revolúcii v 1989 sa však zhoršila ekonomická situácia seminárov natoľko, že mnohé z nich museli pre nedostatok finančných prostriedkov zaniknúť. Napriek tomu ešte aj v súčasnosti funguje niekoľko „pikomatov“ v Čechách, na Slovensku funguje seminár pre stredné Slovensko pod názvom SEZAM, na východnom Slovensku zasa Matik a Malynár. V Bratislave sa organizuje seminár Riešky. Tieto semináre sú prevažne regionálne. Okrem nich našťastie prežil aj pôvodný PIKOMAT. Ďalším celoslovenským seminárom je aj MATMIX organizovaný Metodicko-pedagogickým centrom v Bratislave. Nemožno tiež nespomenúť najväčší korešpondenčný matematický seminár na Slovensku – MAKS. Zhodou okolností na čele jeho organizátorov stojí práve zakladateľ Pikomatu – Vladimír Burjan. Tento seminár však nie je určený iba nadaným žiakom, do jeho riešenia sa zapájajú desaťtisíce detí z celého Slovenska.

Pikomat oslavuje 20. ročník. V súčasnosti je organizovaný na celoslovenskej úrovni pre žiakov 5. – 9. ročníka ZŠ a príslušných ročníkov osemročných gymnázií. Každoročne sa do jeho riešenia zapája približne 500 detí z celého Slovenska. Úlohy v seminári sú koncipované tak, aby nútili žiakov zamýšľať sa nad náročnými problémami z matematiky a logiky, aby im pomáhali prichádzať na vlastné objavy. Práve riešenie týchto modelových úloh im potom mnohokrát v budúcnosti pomáha chápať súvislosti a orientovať sa v každodennom živote.

Po skončení polroka sa organizuje týždenné sústredenie najúspešnejších riešiteľov. Počas sústredenia sa prehlbujú vedomosti a skúsenosti detí, pričom sa dbá aj o rozvoj ich osobnosti. Program je zostavovaný tak, aby vyhovoval rôznorodým záujmom žiakov, ktoré sa formujú práve na začiatku dospievania. Semináre teda pomáhajú riešiteľom nájsť si ich miesto v živote.

Na spoločných akciách pre nadaných žiakov sa veľa z nich prvýkrát stretáva s rovesníkmi s podobnými záujmami. V bežnej komunite triedy či bydliska zostávajú tieto deti totiž často nepochopené. A až na sústredeniach si dokážu nájsť ozajstných

kamarátov, s ktorými si rozumejú, majú podobné záujmy, často sa vytvárajú aj celoživotné priateľstvá.

Nie náhodou sú mnohí dnešní riešitelia seminárov deťmi bývalých organizátorov a dokonca už aj bývalých riešiteľov. Títo rodičia si uvedomujú dôležitosť seminárov, a preto považujú za samozrejmé, že ukážu zadania seminárov aj vlastným deťom. V radoch učiteľov je tiež veľa bývalých organizátorov a riešiteľov, ktorí semináre ochotne ponúkajú svojim žiakom. Poznajú ich rozžiarené tváre, keď prichádzajú domov zo sústredení, či jednoducho vtedy, keď sami objavia nový spôsob riešenia problému zo seminára.

Pikomat v súčasnosti organizuje nezisková organizácia P-MAT. Organizuje aj obdobný seminár z fyziky pod názvom Pikofyz a mnohé ďalšie aktivity. Bližšie informácie o Pikomate môžete nájsť na www.p-mat.sk

Ing. Peter Halák, P-MAT, n.o.

Úlohy tretieho kola 52. ročníka MO kategórie A
Prešov 31. marca až 1. apríla 2003

Prvý deň

1. V obore reálnych čísel vyriešte sústavu rovníc

$$x^2 - xy + y^2 = 7,$$
$$x^2 y + xy^2 = -2.$$

2. Vnútri strán *BC*, *CA*, *AB* daného trojuholníka *ABC* zvolíme postupne body *D*, *E*, *F* tak, aby sa úsečky *AD*, *BE*, *CF* preťali v jednom bode, ktorý označíme *G*. Ak je možné štvoruholníkom *AFGE*, *BDGF*, *CEGD* vpísať kružnice, z ktorých každé dve majú vonkajší dotyk, potom je trojuholník *ABC* rovnostranný. Dokážte.

3. Postupnosť $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ s prvým členom $x_1 = 1$ splňuje pre každé $n > 1$ podmienku

$$x_n = \pm(n-1)x_{n-1} \pm (n-2)x_{n-2} \pm \cdots \pm 2x_2 \pm x_1$$

s vhodnou voľbou znamienok „+“ a „–“. Rozhodnite, či je možné, aby nerovnosť $x_n \neq 12$ platila len pre konečne veľa indexov *n*.

Druhý deň

4. V rovine je daný tupý uhol *AKS*. Zostrojte trojuholník *ABC* tak, aby jeho strana *BC* ležala na priamke *KS*, aby bod *S* bol jej stredom a bod *K* jej priesečníkom s osou protiľahlého uhla *BAC*.

5. Ukážte, že v číselnej sústave s ľubovoľným základom $z \geq 3$ existujú dvojmiestne čísla *A* a *B*, ktoré sa líšia len poradím svojich číslic a majú túto vlastnosť: kvadra-

tická rovnica $x^2 - Ax + B = 0$ má v obore reálnych čísel dvojnásobný koreň. Dokážte tiež, že pre daný základ z je taká dvojica A, B jediná. Napríklad v desiatkovej sústave $(z = 10)$ to sú jedine čísla $A = 18$ a $B = 81$.

6. Ak sa súčin kladných čísel a, b, c rovná 1, potom platí

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq a + b + c .$$

Dokážte.

Výsledková listina 52. ročníka MO – III. kolo kategórie A (Prešov 1. – 2. 4. 2003)

			úloha č.						
	Víťazi		1	2	3	4	5	6	súčet
1. – 2.	Tomáš Váňa	Žiar nad Hronom	7	7	7	7	7	0	35
	Jakub Závodný	Bratislava	7	7	6	6	7	2	35
3.	Michal Burger	Bratislava	7	7	7	2	7	3	33
4.	František Simančík	Bratislava	7	7	1	7	7	1	30
5.	Péter Koltai	Komárno	7	1	7	6	7	0	28
6.	Hana Budáčová	Lučenec	6	7	1	7	3	1	25
7.	Miroslav Štolc	Nitra	6	7	1	0	7	1	22
8. – 9.	Jaroslav Knebl	Námestovo	6	5	0	5	5	0	21
	Samuel Peres	Dunajská Streda	7	7	0	0	6	1	21
	Úspešní								
10.	Róbert Birkus	Trnava	7	0	1	4	7	0	19
11.	Katarína Kittanová	Bratislava	1	6	1	0	5	5	18
12.	Szilvia Bagócsi	Komárno	0	2	0	7	7	1	17
13. – 14.	Peter Augustín	Nové Mesto nad Váhom	6	1	1	1	7	0	16
	Lucia Komendová	Banská Bystrica	7	1	0	0	7	1	16
15.	Jakub Tekeľ	Bratislava	1	0	7	4	2	0	14
16.	Michal Kesely	Nitra	6	3	0	0	3	0	12
17. – 19.	Jozef Bodnár	Fiľakovo	5	2	0	1	2	1	11
	Katarína Kvašňáková	Prešov	5	2	0	3	1	0	11
	Michal Rjaško	Vranov nad Topľou	3	0	0	1	7	0	11
	Ostatní								
20. – 26.	Marcel Beno	Bratislava	1	2	0	0	7	0	10
	Ján Borsík	Košice	6	0	0	0	4	0	10
	Michal Ďuriš	Bratislava	7	0	0	0	3	0	10
	Tomáš Grešlík	Michalovce	2	1	0	0	7	0	10
	Peter Rakyta	Komárno	7	2	0	0	1	0	10

	Peter Tar	Bratislava	6 3 0 0 1 0	10
	Mirko Zibolen	Martin	7 0 0 1 2 0	10
27. – 29.	Peter Hudák	Košice	7 0 0 0 1 1	9
	Marek Jančuška	Nitra	5 0 1 0 2 1	9
	Pavel Lacko	Liptovský Hrádok	6 0 0 0 3 0	9
30.	Stanislava Sojáková	Bratislava	0 4 0 0 4 0	8
31. – 32.	László Marák	Komárno	5 0 0 0 2 0	7
	Martin Vavrovič	Nitra	0 0 5 0 1 1	7
33. – 37.	Miroslav Baláž	Bratislava	1 0 0 0 4 0	5
	Martin Lysík	Banská Bystrica	1 1 0 0 3 0	5
	Tomáš Marcinko	Košice	2 0 0 0 3 0	5
	Peter Perešíni	Banská Bystrica	0 0 0 2 3 0	5
	Milan Šatka	Liptovský Hrádok	1 0 0 0 4 0	5
38.	Martin Fiala	Bratislava	0 1 1 1 1 0	4
39. – 40.	Rasťo Oľhava	Košice	0 0 1 0 2 0	3
	Andor Pathó	Komárno	1 1 0 0 1 0	3

Riešenia súťažných úloh 3. série

1. Súčin troch za sebou idúcich párnych čísel je v tvare 87.....8. Určte prostredných 5 cifier.

Riešenie:
Označme tri za sebou idúce párne čísla zo zadania x, y, z. Môžu sa končiť na 0, 2, 4, alebo na 2, 4, 6, alebo na 4, 6, 8, alebo na 6, 8, 0, alebo na 8, 0, 2. Ich súčin sa končí na cifru 8 len vtedy, ak sa spomínané tri čísla končia na 2, 4, 6. Ďalej si všimnime, že

$$440 \cdot 442 \cdot 444 = 86\,349\,120 < xyz < 448 \cdot 450 \cdot 452 = 91\,123\,200,$$

z čoho vyplýva, že hľadané číslo x je väčšie ako 440, ale menšie ako 448. Preto musí nutne platiť $x = 442$, $y = 444$, $z = 446$. Prostredné cifry v tomto prípade sú 5, 2, 6, 6, 0, o čom sa presvedčíme vynásobením.

2. Siedmi hráči sa dohovorili, že kto prehrá, zaplatí každému toľko peňazí, koľko každý hráč má. Po siedmich partiách zistili, že každý má 12,80 Sk. Koľko mal na začiatku každý hráč, ak vieme, že každý raz prehral?

Riešenie:
Všetci hráči mali na začiatku spolu $7 \cdot 12{,}80\,\text{Sk} = 89{,}60\,\text{Sk}$. Nech prvý hráč mal na začiatku x Sk. Prvú partiu prehral, a preto zaplatil šiestim hráčom $7 \cdot 12{,}80 - x$. Zostalo mu potom $x - (7 \cdot 12{,}80 - x) = 2x - 7 \cdot 12{,}80$. Po druhej partii mal $2 \cdot (2x - 7 \cdot 12{,}80)$ Sk. Analogickým spôsobom zistíme, že po siedmej partii mal $2^6 \cdot (2x - 7 \cdot 12{,}80)$ Sk. Dostávame tak rovnicu

$$2^6 \cdot (2x - 7 \cdot 12{,}80) = 12{,}80,$$

ktorej riešením dostávame $x = 44{,}90$ Sk. Potom druhý hráč mal na začiatku $22{,}50$ Sk, tretí mal $11{,}30$ Sk, štvrtý $5{,}70$ Sk, piaty $2{,}90$ Sk, šiesty $1{,}50$ Sk a siedmy $0{,}80$ Sk.

3. V letnom turistickom tábore sa stretlo 5 chlapcov – Slovák, Poliak, Fín, Švéd a Nemec. Zistili nasledujúce skutočnosti:

a) Každý z nich ovláda aspoň jeden cudzí jazyk, ale len tie, ktoré sú materinským jazykom niektorého z ostatných chlapcov.
b) Žiaden z jazykov neovládajú všetci piati.
c) Každá dvojica vždy nájde spoločný jazyk, ktorým sa môže rozprávať.
d) Medzi týmito spoločnými jazykmi sú materinské jazyky všetkých piatich.
e) Zistili, že všetci ovládajú priemerne dva cudzie jazyky.
f) Slovák a Poliak ovládajú tri cudzie jazyky.
g) Keď sa Švéd išiel vykúpať, ostatní štyria hneď našli spoločnú reč – jazyk, ktorí ovládali všetci štyria.
h) Podobná situácia nastala aj vtedy, keď sa Švéd vrátil a Fín sa odišiel člnkovať.
i) Aby sa mohli zhovárať po švédsky, museli by odísť dvaja.
j) Po fínsky a po poľsky vedia spolu len dvaja.
k) Poliak a Fín sa vedia spolu zhovárať v dvoch rečiach, ale nemčina medzi ne nepatrí.
l) Slovák a Švéd môžu vzájomne konverzovať len v jednej reči.

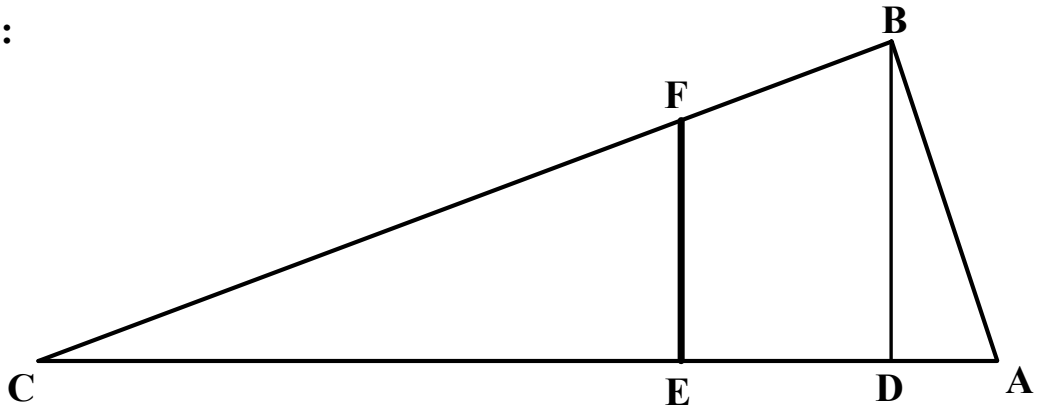
Zistite, kto ovláda ktorý jazyk.

Riešenie:

Na základe e) vieme, že spolu ovládajú 10 cudzích jazykov (každý počítame toľkokrát, koľko ľudí ho ovláda). Jazyk, o ktorom sa hovorí v g), zrejme nemôže byť švédčina. Podľa j) to nie je ani fínčina, ani poľština. Podľa k) to nie je ani nemčina. Teda okrem Slováka aj Poliak, Fín a Nemec vedia po slovensky, ale Švéd slovenčinu neovláda. Potom jazyk, o ktorom sa hovorí v h), nemôže byť slovenčina, podľa j) to nie je ani poľština, ani fínčina, podľa i) ani švédčina. Preto okrem Nemca aj Slovák, Poliak a Švéd musia vedieť po nemecky, ale Fín nemčinu neovláda. Slovák nemôže hovoriť po švédsky, lebo potom by so Švédom ovládali 2 rovnaké jazyky. Keďže Slovák ovláda tri cudzie jazyky, musí ovládať poľštinu a fínčinu. Tieto jazyky Švéd ovládať nemôže. Fínčinu a poľštinu ovládajú len dvaja, teda fínčinu neovládajú Poliak ani Nemec a poľštinu Fín ani Nemec. Poliak ovláda tri jazyky, preto musí ovládať švédčinu. Z k) máme, že Poliak a Fín musia mať ešte jeden spoločný jazyk, a tým už môže byť len švédčina. Vcelku dostávame, že okrem svojich materinských jazykov Slovák ovláda poľštinu, fínčinu a nemčinu, Poliak ovláda slovenčinu, švédčinu a nemčinu, Fín ovláda slovenčinu a švédčinu, Švéd ovláda nemčinu a Nemec ovláda slovenčinu. Skúškou overíme, že toto rozdelenie jazykov vyhovuje zadaniu.

4. Uvažujme trojuholník ABC, v ktorom výška BD dĺžky 4 delí stranu AC na dve časti, ktoré sú v pomere 1 : 8. Vypočítajte dĺžku úsečky EF rovnobežnej s výškou, ktorá delí trojuholník na dve obsahom rovnaké časti.

Riešenie:



Bez ujmy na všeobecnosti nech je $\frac{|AD|}{|DC|}=\frac{1}{8}$. Potom obsah trojuholníka BCD je $\frac{8}{9}$ obsahu trojuholníka ABC (majú rovnakú výšku BD a $\frac{|CD|}{|CA|}=\frac{8}{9}$). Z podobnosti trojuholníkov CEF a CDB dostávame

$$\frac{|EF|^2}{|BD|^2}=\frac{S_{\Delta CEF}}{S_{\Delta CDB}}=\frac{\frac{1}{2}S_{\Delta ABC}}{\frac{8}{9}S_{\Delta ABC}}=\frac{9}{16},$$

odkiaľ $|EF|^2=|BD|^2\cdot\frac{9}{16}=16\cdot\frac{9}{16}=9$. Preto $|EF|=3$.

5. Určte trojicu najmenších po sebe idúcich prirodzených čísel, pre ktoré platí, že ich súčet je druhou a zároveň treťou mocninou prirodzeného čísla.

Riešenie:
Hľadané tri čísla označme $x-1, x, x+1$. Potom sa ich súčet rovná

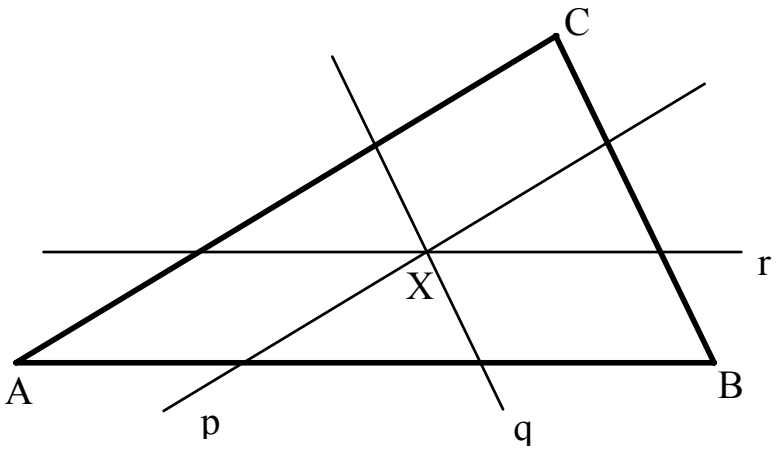
$$x-1+x+x+1=3x.$$

Ak je nejaké číslo druhou aj treťou mocninou prirodzeného čísla, exponenty v jeho prvočíselnom rozklade musia byť deliteľné dvoma aj troma, teda každý exponent musí byť deliteľný šiestimi. Keďže číslo $3x$ je deliteľné tromi, musí byť deliteľné aj 3^6. Preto najmenšia hodnota $3x$ je $3^6=729$. Z toho vyplýva, že $x=243$. Hľadané čísla potom sú 242, 243 a 244, čo ľahko overíme skúškou.

6. Dokážte, že v každom trojuholníku ABC existuje práve jeden taký bod X, že trojuholníky ABX, BCX, CAX majú rovnaký obsah a nájdite ho.

Riešenie:
Uvažujme štandardné označenie v trojuholníku ABC. Keďže sa obsahy trojuholníkov ABX, BCX, CAX rovnajú a spolu pokrývajú celý trojuholník ABC, potom ich obsahy

sú tretinou obsahu trojuholníka *ABC*. Uvažujme trojuholník *ABX*. Ten má s trojuholníkom *ABC* spoločnú stranu *AB*, a preto jeho výška má veľkosť $\frac{1}{3}v_c$. Preto bod *X* musí ležať na priamke *r*, ktorá je rovnobežná s priamkou *AB* a je od nej vzdialená $\frac{1}{3}v_c$ a ktorá obsahuje aspoň jeden vnútorný bod trojuholníka *ABC*. Podobne bod *X* musí patriť priamkam *q* a *p*, ktoré sú rovnobežné s *BC*, resp. *AC* a ich vzdialenosti od nich sú $\frac{1}{3}v_a$, resp. $\frac{1}{3}v_b$, a obsahujú aspoň jeden vnútorný bod trojuholníka *ABC*. Každá z týchto troch priamok je jednoznačne určená. Prienikom troch priamok môže byť priamka, bod alebo prázdna množina. Keďže strany trojuholníka sú rôznobežné, budú aj tieto tri priamky navzájom rôznobežné. Preto ich prienikom nemôže byť priamka. Potom ich prienik obsahuje maximálne jeden bod, a tak dostávame maximálne jeden bod *X* s danou vlastnosťou. Teraz si ukážeme, že taký bod naozaj existuje a je ním ťažisko trojuholníka *ABC*.



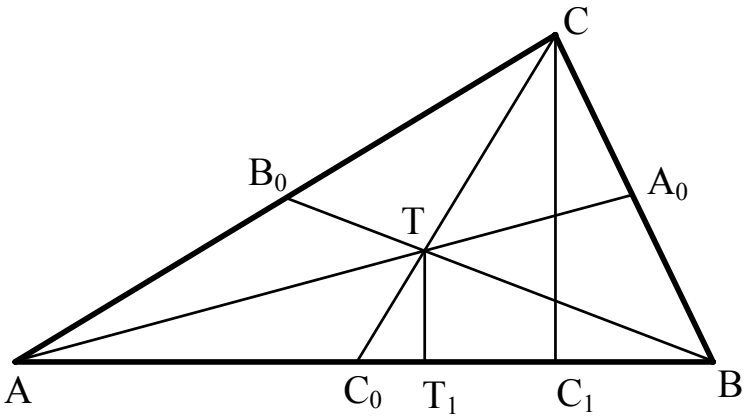
Z vlastností ťažiska vieme, že platí $|CC_0| = 3 \cdot |TC_0|$. Nech T_1 je päta kolmice z bodu *T* na stranu *AB*. Trojuholníky TT_1C_0 a CC_1C_0 sú podobné podľa vety uu. Preto $\frac{|TT_1|}{|CC_1|} = \frac{|TC_0|}{|CC_0|} = \frac{1}{3}$, a teda $|CC_1| = 3 \cdot |TT_1|$. Potom pre obsah trojuholníka *ABT* dostávame

$$S_{\Delta ABT} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |TT_1| = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot \frac{1}{3} \cdot |CC_1| = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |CC_1| \right) = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC}.$$

Analogicky dostaneme aj

$$S_{\Delta BCT} = S_{\Delta ACT} = \tfrac{1}{3} S_{\Delta ABC}.$$

Preto ťažisko *T* vyhovuje podmienkam zo zadania. Tým sme tvrdenie úlohy dokázali.



7. Jeden člen Klubu našiel 7 diamantov. Jeden si nechal a dvom ďalším členom Klubu zaslal anonymne po troch diamantoch s odkazom, aby si jeden nechali a zvyšné dva poslali iným dvom členom Klubu. Určte, koľko mal Klub členov, ak vieme, že pravdepodobnosť rozdelenia diamantov medzi práve 6 osôb sa rovná pravdepodobnosti rozdelenia diamantov medzi 7 osôb.

Riešenie:
Zrejme ak bude počet členov Klubu 3, 4 alebo 5, tak dané pravdepodobnosti sú rovné nule, a teda sa rovnajú. V prípade 6 členov je pravdepodobnosť, že diamanty budú rozdelené medzi 7 osôb nulová, ale pravdepodobnosť ich rozdelenia medzi 6 osôb je nenulová. Preto Klub nemohol mať 6 členov. Označme si počet členov Klubu *m*. Stačí nám teraz uvažovať $m \geq 7$. Nech A je nálezca diamantov, B a C nech sú členovia Klubu, ktorí dostali diamanty od A. Bez ujmy na všeobecnosti B posiela diamanty ako prvý. Nech $P(k)$ je počet možností rozdelenia 7 diamantov medzi *k* osôb. Pri rozdelení diamantov medzi 7 osôb B posiela diamanty dvom z $m-3$ osôb, C potom dvom zo zvyšných $m-5$ ľudí, teda

$$P(7) = \binom{m-3}{2} \cdot \binom{m-5}{2}.$$

Pri rozdelení medzi 6 osôb práve jedna z nich dostane 2 diamanty. Tu môžu nastať dve možnosti:
1. B posiela jeden diamant A alebo C a druhý niekomu z $m-3$ ľudí, C potom posiela diamanty dvom z $m-4$ ľudí. Tu dostávame $2 \cdot \binom{m-3}{1} \cdot \binom{m-4}{2}$ možností.
2. B posiela diamanty dvom z $m-3$ ľudí – označme si ich D, E. Potom C posiela jeden diamant niekomu zo štvorice A, B, D, E a druhý niekomu zo zvyšných $m-5$ ľudí. Pri tejto druhej možnosti dostávame $\binom{m-3}{2} \cdot 4 \cdot \binom{m-5}{1}$ možností.

Vcelku dostávame, že

$$P(6) = 2 \cdot \binom{m-3}{1} \cdot \binom{m-4}{2} + \binom{m-3}{2} \cdot 4 \cdot \binom{m-5}{1} = 3 \cdot (m-3)(m-4)(m-5).$$

Keďže $P(6) = P(7)$, dostávame rovnicu

$$\frac{(m-3)(m-4)}{2} \cdot \frac{(m-5)(m-6)}{2} = 3 \cdot (m-3)(m-4)(m-5).$$

Jej riešením dostávame štyri riešenia: 3, 4, 5, a 18. V Klube mohli byť 3, 4, 5 členovia (triviálne riešenia) alebo Klub mohol mať 18 členov (netriviálne riešenie).

8. Nájdite všetky trojuholníky ABC, v ktorých pri štandardnom označení platí

$$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma .$$

Riešenie:
Na základe toho, že súčet vnútorných uhlov v trojuholníku je 180° a vlastností funkcie tangens máme, že platí

$$\operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}(180° - \alpha - \beta) = -\operatorname{tg}(\alpha + \beta).$$

Funkcia tangens je na intervale $(0°;180°)$ definovaná pre všetky hodnoty okrem 90°. Preto nutnou podmienkou pre trojuholník ABC je $\alpha, \beta, \gamma \neq 90°$. Ak $\gamma \neq 90°$, potom $\alpha + \beta \neq 90°$, a teda $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$ je definovaný. Potom

$$\operatorname{tg}\gamma = -\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = -\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}.$$

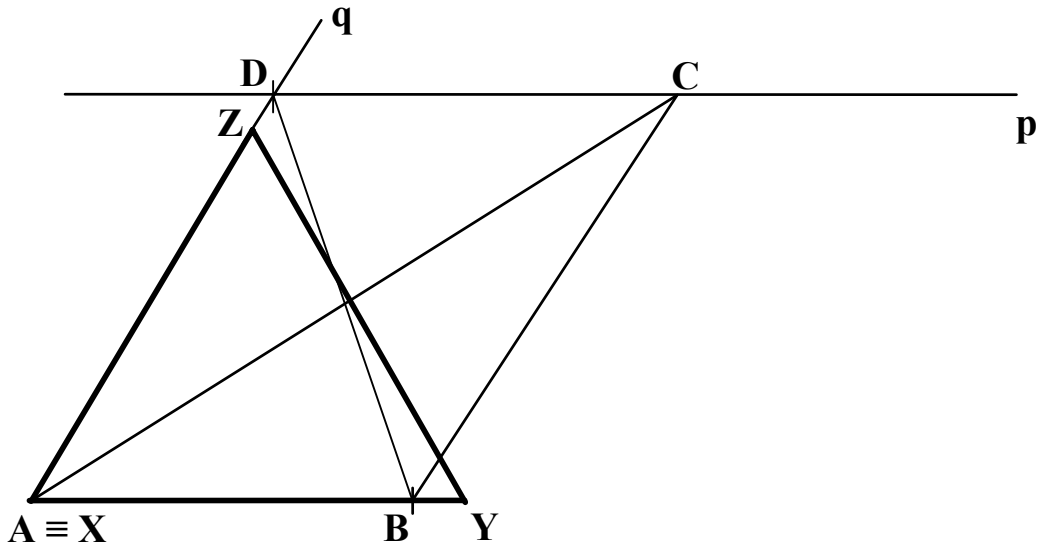
Prenásobením oboch strán tejto rovnosti výrazom $1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta$ (je nenulový, lebo $\alpha + \beta \neq 90°$) a postupnými úpravami dostávame

$$\operatorname{tg}\gamma \cdot (1 - tg\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta) = -(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta),$$
$$\operatorname{tg}\gamma - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma = -\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta,$$
$$\operatorname{tg}\gamma + \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma.$$

Vidíme, že tvrdenie platí pre všetky prípustné hodnoty α, β, γ. Rovnosť zo zadania teda spĺňajú všetky nepravouhlé trojuholníky.

9. Daný je trojuholník ABC. Zostrojte rovnostranný trojuholník XYZ, ktorý má rovnaký obsah ako trojuholník ABC.

Riešenie:



Najprv zostrojme trojuholník ABD taký, že uhol pri vrchole A je 60° a tento trojuholník má rovnaký obsah ako trojuholník ABC. Bod D zostrojíme tak, že bodom C budeme viesť rovnobežku p s priamkou AB. Bod D nájdeme ako prienik polpriamky q s krajným bodom A, ktorá zviera uhol 60° s úsečkou AB. Trojuholníky ABC a ABD majú rovnaký obsah vďaka tomu, že majú spoločnú stranu AB a rovnakú výšku na túto stranu. Využitím vzorca na výpočet obsahu trojuholníka dostávame

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2}|AB||AD|\sin|\angle BAD| = \frac{\sqrt{3}}{4}|AB||AD|.$$

Keďže máme nájsť taký rovnostranný trojuholník XYZ, ktorý má rovnaký obsah ako trojuholník ABC, musí platiť

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta XYZ} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2,$$

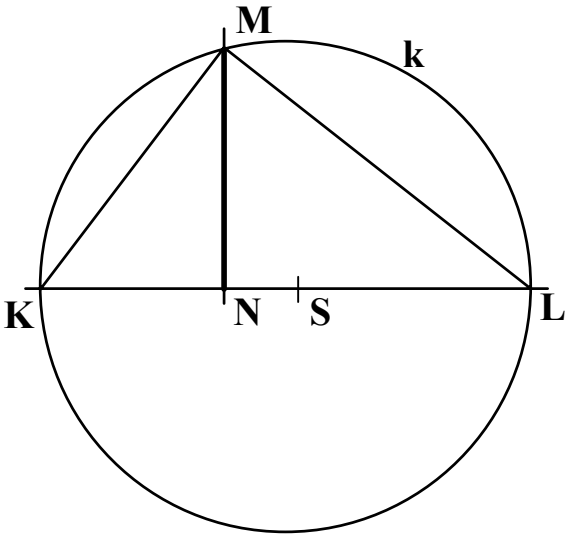
kde x je dĺžka strany trojuholníka XYZ. Porovnaním dostávame, že musí platiť $x = \sqrt{|AB| \cdot |AD|}$. Úsečku s takouto dĺžkou vieme zostrojiť napríklad pomocou Eukli-

dovej vety o výške – zostrojíme si úsečku KL s dĺžkou $|AB|+|AD|$ a bod N patriaci tejto úsečke, pre ktorý platí $|KN|=|AB|$.

Zostrojíme kružnicu k nad priemerom KL. Potom zostrojíme bod M patriaci kružnici k a kolmici na úsečku KL prechádzajúcu bodom N. Potom

$$|MN|=\sqrt{|KN|\cdot|NL|}=\sqrt{|AB|\cdot|AD|}=x.$$

Keďže máme danú vzdialenosť x, vieme trojuholník XYZ zostrojiť.



10. Pre ľubovoľné $a,b,c\in\mathbf{R}^+$ rozhodnite, ktoré z čísel

$$A=3+(a+b+c)+\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}\right),\ B=3\frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{abc+1}$$

je väčšie.

Riešenie:

Pomocou úpravy na spoločného menovateľa a ekvivalentných úprav dostávame, že platí

$$abc(abc+1)(A-B)=ab(b+1)(ca-1)^2+bc(c+1)(ab-1)^2+ca(a+1)(bc-1)^2.$$

Výrazy na pravej strane sú nezáporné, lebo $a,b,c\in\mathbf{R}^+$ a druhé mocniny reálnych čísel sú nezáporné. Preto $A-B\geq 0$, a teda $A\geq B$. Rovnosť $A=B$ nastáva práve vtedy, keď je pravá strana nulová, a teda musí platiť, že všetky tri výrazy na pravej strane sú nulové, a teda $ca=ab=bc=1$. Vynásobením týchto rovností dostávame $a^2b^2c^2=1$, odkiaľ máme vďaka podmienke $a,b,c\in\mathbf{R}^+$ $abc=1$. Ak sem dosadíme $ab=1$, dostávame $c=1$. Analogicky dostaneme aj $b=1$ a $a=1$. Platí teda, že $A\geq B$ a rovnosť nastáva práve vtedy, keď $a=b=c=1$.

11. Dokážte, že pre ľubovoľné prirodzené čísla m,n,p existuje polynóm $Q(x)$ s celočíselnými koeficientmi, pre ktorý platí, že

$$x^{3m}+x^{3n+1}+x^{3p+2}=\left(x^2+x+1\right)Q(x).$$

Riešenie:

Upravme si polynóm $x^{3m}+x^{3n+1}+x^{3p+2}-x^2-x-1$:

$$\begin{aligned}x^{3m}+x^{3n+1}+x^{3p+2}-x^2-x-1&=x^{3m}-1+x\left(x^{3n}-1\right)+x^2\left(x^{3p}-1\right)=\\&=\left(x^3-1\right)\left(x^{3m-3}+x^{3m-6}+\ldots+1\right)+x\left(x^3-1\right)\left(x^{3n-3}+x^{3n-6}+\ldots+1\right)+\\&+x^2\left(x^3-1\right)\left(x^{3p-3}+x^{3p-6}+\ldots+1\right)=\left(x^3-1\right)\left[\left(x^{3m-3}+x^{3m-6}+\ldots+1\right)+\right.\\&\left.+x\left(x^{3n-3}+x^{3n-6}+\ldots+1\right)+x^2\left(x^{3p-3}+x^{3p-6}+\ldots+1\right)\right]=(x-1)\left(x^2+x+1\right)P(x),\end{aligned}$$

kde sme položili
$$P(x)=\left(x^{3m-3}+x^{3m-6}+\ldots+1\right)+x\left(x^{3n-3}+x^{3n-6}+\ldots+1\right)+x^2\left(x^{3p-3}+x^{3p-6}+\ldots+1\right).$$
Vcelku teda dostávame
$$x^{3m}+x^{3n+1}+x^{3p+2}=\left(x^2+x+1\right)\left[1+(x-1)P(x)\right]=\left(x^2+x+1\right)Q(x),$$
kde sme položili $Q(x)=1+(x-1)P(x)$, a teda sme hľadaný polynóm $Q(x)$ našli.

12. Označme a,b,c dĺžky strán trojuholníka a S jeho obsah. Dokážte, že platí nerovnosť
$$a^2+b^2+c^2\geq 4\sqrt{3}\,S$$
a zistite, kedy nastáva rovnosť.

Riešenie:
Podľa Herónovho vzorca platí $S^2=s(s-a)(s-b)(s-c)$, kde $s=\frac{1}{2}(a+b+c)$. Úpravami dostávame, že platí $16S^2=(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)=$ $=-a^4-b^4-c^4+2a^2b^2+2b^2c^2+2c^2a^2$. S dokazovanou nerovnosťou je ekvivalentná nerovnosť $\left(a^2+b^2+c^2\right)^2\geq 3\cdot 16\cdot S^2$. Ak sem dosadíme za $16\cdot S^2$ z predchádzajúceho vzťahu a upravíme, dostaneme ekvivalentnú nerovnosť
$$a^4+b^4+c^4-a^2b^2-b^2c^2-c^2a^2\geq 0,$$
ktorá je ekvivalentná s nerovnosťou
$$\left(a^2-b^2\right)^2+\left(b^2-c^2\right)^2+\left(c^2-a^2\right)^2\geq 0.$$
Posledná nerovnosť platí pre všetky reálne čísla a,b,c, a teda tvrdenie úlohy sme dokázali. Rovnosť v nej nastáva práve vtedy, keď $a=b=c$, teda práve vtedy, keď ide o rovnostranný trojuholník.

Reklamácie druhej série

Za druhú sériu prišli len dve reklamácie – Soňa Podleiszeková získala za 7. príklad z 2. série 4 body namiesto 1 a Filip Pipíška má za príklad 3 nezmenené 3 body.

Komentáre k vašim riešeniam tretej série

1. V prípade, že ste správnym postupom našli jedno riešenie a nedokázali ste, že ich viac neexistuje, stratili ste 1 bod. Za riešenia, v ktorých ste používali tretie odmocniny a prehlásili ste, že po zaokrúhlení tejto tretej odmocniny dostanete stredné číslo, ste získavali 2 body, lebo súčin tých troch čísel zo zadania nie je presne tretia mocnina stredného čísla. Za riešenia skúšaním ste dostávali 1 bod. Pri neúplných riešeniach ste získavali 1 bod za určenie prvej cifry a taktiež aj za určenie posledných cifier týchto troch čísel.

2. Za tabuľku, v ktorej ste uviedli riešenie a spôsob vývoja peňazí jednotlivých hráčov v jednotlivých hrách, ste získavali 2 až 3 body. Za menšie chyby alebo nedostatočnú argumentáciu ste strácali 1 bod.

3. Za uvedenie výsledku ste získavali 2 body. V prípade, že ste mali nejaké riešenia navyše, strácali ste 1 až 2 body. V prípade, že ste podmienku j) pochopili tak, že len dvaja ovládali súčasne fínčinu a poľštinu, a uviedli ste všetky 4 riešenia, mohli ste získať taktiež 5 bodov.

4. Častou chybou bolo to, že ste si zvolili konkrétnu dĺžku úsečky AB, ktorá v zadaní nie je zadaná. Za to ste strácali 2 body. Niektorí používali pre tento trojuholník Euklidovu vetu o výške, ktorú použiť nemôžeme, lebo nevieme, či je pravouhlý. Za takéto riešenia sa dali získať maximálne dva body.

5. Viacerí ste na túto úlohu šli tak, že ste si vypisovali druhé a tretie mocniny a hľadali ste medzi nimi rovnaké čísla. Za nevylúčenie 64 ste strácali 1 bod. Za nedokázanie tvrdenia, že ak je číslo druhou aj treťou mocninou, tak je aj šiestou mocninou nejakého celého čísla, ste strácali 1 bod. Za výsledok a jeho overenie ste mohli získať 1 bod.

6. Za zistenie, že ide o ťažisko, ste získavali 1 bod. Ak ste používali priamky p, q, r ako vo vzorovom riešení, ale zabudli ste napísať, že musia mať s trojuholníkom neprázdny prienik, strácali ste 1 bod (lebo vždy existujú dve priamky, ktoré majú danú vzdialenosť od danej priamky). Za konštatovanie, že dve priamky sa pretínajú v jednom bode a tretia ním prechádza, ste získavali 1 bod. Vo všeobecnosti ste za dôkaz toho, že ťažisko vyhovuje, získavali 2 body, a za dôkaz toho, že zadaniu vyhovuje maximálne jeden bod, sa dali získať 3 body. Za tvrdenia typu „Zadaniu vyhovuje $X \equiv T$ a ak by sme X posunuli mimo T, tak by sa obsahy zmenili," bez dôkazu ste nezískali žiadne body. Tvrdenie, že z toho, že trojuholník má len jedno ťažisko, vyplýva, že X je jediný, ste taktiež nezískali žiadne body – nikde nie je napísané, že by to nemohol byť aj iný bod ako ťažisko.

7. Za spočítanie niekoľkých prvých pravdepodobností (pre konkrétny počet členov) a ich porovnanie ste mohli získať 1 bod. Častou chybou bolo stotožňovanie pravdepodobnosti s počtom priaznivých udalostí. Strácali ste za ňu 1 bod. Za správne spočítanie možností na rozdelenie 6 diamantov ste mohli získať 2 body, pre 7 diamantov 1 bod, za triviálne riešenia 3, 4, 5 ste mohli získať 1 bod, za riešenie 18 taktiež 1 bod.

8. Za odpoveď ste získavali 1 bod. Veľmi častou chybou bolo to, že ste rovnosť zo zadania rôznymi úpravami upravili na tvar $0 = 0$ a prehlásili ste, že preto tvrdenie platí pre všetky trojuholníky (okrem pravouhlých). To však platí len za predpokladu ekvivalentných úprav. Za takéto riešenia ste mohli získať 2 – 3 body. Ak ste mali v riešeniach veľké myšlienkové skoky, mohli ste stratiť 1 bod. Za využívanie tvrdenia, že $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta = 1 \Leftrightarrow \gamma = 90°$ bez dôkazu ste strácali 1 bod.

9. Ak ste vo vašom riešení spomínali rôzne transformácie bez ich opísania, strácali ste 2 body. Ak ste príklad riešili odmeraním dĺžok strán trojuholníka, vypočítaním dĺžky strany rovnostranného trojuholníka a potom jej narysovaním, mohli ste získať maximálne 1 bod, lebo pravítkom nevieme presne odmerať ľubovoľnú vzdialenosť.

Ak ste vo svojom riešení používali úsečku dĺžky 1, strácali ste 2 body, lebo v zadaní ju zadanú nemáme. Pri spúšťaní výšky na stranu trojuholníka ste zabúdali na to, že päta tejto výšky nemusí padnúť na túto úsečku – za to ste strácali 1 bod.

10. Za dosadenie konkrétnych čísel do výrazov a ich porovnanie ste získavali 0 bodov. Za nespomenutie, že robíte ekvivalentné úpravy, ste strácali 1 bod. Za jednoduché skonštatovanie, že z $ca = ab = bc = 1$ vyplýva $abc = 1$, ste strácali 1 bod, lebo to platí len pre $a, b, c \in \mathbf{R}^+$ (ak pripustíme aj záporné čísla, tak môže byť aj $abc = -1$).

11. Za nesprávnu indukciu ste získavali 0 bodov – nesprávne prevedenie 1. kroku – napríklad polynóm x^3 nedostaneme pre žiadnu kombináciu m, n, p.

12. Za dôkaz nerovnosti ste získavali 4 body a za zistenie, kedy nastáva rovnosť, ste získavali 1 bod.

Martin Hriňák

Výsledkové listiny po tretej sérii

Kategória Z

Por.	Priezvisko	Meno	Škola	Trieda	Učiteľ	PS	1	2	3	4	M	Spolu
1.	Škrovinová	Eva	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	36	2	5	5	5		53
2.	Kuncová	Alexandra	G Alejová 1, Košice	Sekunda A	J. Králiková	34	2	5	5	5		51
2.	Pipíška	Filip	G LN Bratislava	Tercia		33	3	5	5	5		51
4.	Korcsok	Peter	G Šahy	Tercia	M. Kyseľ	34	2	5	5	4		50
5.	Jergušová	Hana	G Alejová 1, Košice	Sekunda A	J. Králiková	29	5	5	5	5		49
6.	Pipíšková	Petra	ZŠ Komárno	8. B	I. Varga	34	4	5	3	1		47
7.	Gajdošík	Tomáš	ZŠ Nitra	9. A	Z. Matušková	33	3	5	2	3		46
8.	Kanta	Marcel	G Hubeného, Bratislava	Kvarta	E. Kotlebová	31	2	5	5	2		45
8.	Švihorík	Róbert	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	33	5	5	2	3	-3	45
10.	Holecyová	Mária	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	33	2	0	3	5		43
11.	Sakalík	Štefan	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	30	2	4	5	0		41
12.	Danišová	Kristína	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	36						36
13.	Hornyák	Zsolt	G Nové Zámky, mo	Prima C	P. Hornyák	25	3	4	1	2		35
14.	Minárová	Kristína	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	34						34
15.	Jančovičová	Nina	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	30						30
16.	Valovič	Jakub	G Hlohovec	Sekunda	V. Brunčáková	20	2	2	2			26
17.	Boleček	Martin	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	25						25
17.	Gallik	Ján	ZŠ Drietoma	7. A	K. Hudcovská	19	1	2	2	1		25
17.	Kotry	Matúš	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	25						25
17.	Minárik	Roman	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	19	5			5	-4	25
17.	Zmeko	Samuel	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	25						25
22.	Uhrinčať	Jakub	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	21	1	3	0		-1	24
23.	Bódi	Andrej	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	21						21
24.	Klbik	Ondrej	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	20						20
24.	Raškovič	Vladan	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	20						20
26.	Baláž	Tibor	G Púchov	Sekunda	V. Jančiová	19						19
27.	Nagyová	Dominika	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	18	1		0	0	-3	18

28.	Kotlárová	Alena	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	17	1		0	0	-3	17
28.	Poláková	Andrea	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	17						17
30.	Juhásová	Jana	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	15						15
30.	Majerčík	Vladimír	ZŠ Gbely	V. B	Majerčíková	14	1					15
30.	Spál	Lukáš	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	15						15
33.	Mrázová	Marcela	G MRŠ Šamorín	Kvarta A	Mátyásová	14						14
33.	Odrobináková	Diana	G ĽJŠ Komárno	Kvarta	Pipíšková, Piczek,Odrobinák	14						14
33.	Róza	Michal	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	12	2			0		14
36.	Magyarová	Ester	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	13						13
37.	Kováčová	Lenka	G MRŠ Šamorín	Kvarta B	Mátyásová	12						12
37.	Valouchová	Katarína	G Alejová 1, Košice	Kvarta B	Vavrinčíková	12						12
37.	Zlochová	Paulína	G MRŠ Šamorín	Sekunda A	Pavolová	12						12
40.	Beňo	Martin	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	11						11
40.	Cucor	Pavol	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	11						11
40.	Matlahová	Karolína	G MRŠ Šamorín	Prima A	Pavolová	11						11
43.	Tomková	Martina	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	10						10
44.	Petrányiová	Veronika	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	9						9
45.	Funta	Dominik	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	8						8
45.	Makovinská	Viktória	G Hubeného, Bratislava	Kvarta		0	1		2	5		8
45.	Nagyová	Zuzana	G MRŠ Šamorín	Kvarta B	Mátyásová	8						8
48.	Bobuš	Michal	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	7						7
48.	Gmitro	Peter	G Hubeného, Bratislava	Kvarta	Kotlebová	7						7
48.	Hajduová	Žaneta	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	7						7
48.	Zelenická	Petra	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	7						7
52.	Cích	Marek	G MRŠ Šamorín	Tercia A	Pavolová	6						6
52.	Miko	Michal	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	6						6
52.	Morávková	Barbora	G MRŠ Šamorín	Tercia A		6						6
52.	Šrámek	Martin	G Alejová 1, Košice	Sekunda A	J. Králiková	6						6
56.	Janajev	Roman	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	5						5
56.	Pénreš	Michal	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	5						5
56.	Uraz	Oliver	G Alejová 1, Košice	Sekunda A	J. Králiková	5						5
59.	Čech	Matúš	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	4						4
59.	Smolenová	Lucia	G MRŠ Šamorín	Tercia A	Pavolová	4						4
61.	Haršányová	Katarína	G MRŠ Šamorín	Sekunda A	Pavolová	2						2
62.	Figurová	Martina	G MRŠ Šamorín	Tercia A	Pavolová	1						1
62.	Világi	Jozef	G MRŠ Šamorín	Kvarta B	Mátyásová	1						1
64.	Borárosová	Ingrid	G MRŠ Šamorín	Sekunda A	Pavolová	0						0
64.	Jursa	Jakub	G Alejová 1, Košice	Sekunda A	J. Králiková	0						0
64.	Mazalová	Martina	G MRŠ Šamorín	Sekunda A	Pavolová	0						0

Kategória C

Por.	Priezvisko	Meno	Škola	Učiteľ	PS	3	4	5	6	M	Spolu
1.	Veselovská	Lenka	G MMH L. Mikuláš	A. Hlavicová	39	5	5	5	4		58
2.	Hrdá	Marcela	G Turčianske Teplice	E. Nemčičová	37	5	5	5	5		57
3.	Perešíni	Peter	G JGT B. Bystrica	E. Oravcová	36	5	5	5	4		55
4.	Bertová	Slávka	G Alejová 1, Košice	J. Urbanová	38	4	5	5	2		54
4.	Knebl	Jaroslav	G AB Námestovo	V. Kompanová	36	5	5	5	3		54
6.	Pettyová	Silvia	G Alejová 1, Košice	J. Urbanová	38	3	5	5	2		53
6.	Takács	Michal	G JGT B. Bystrica	Oravcová	35	5	5	5	3		53

8.	Škrovinová	Katarína	G Párovská 1, Nitra	I. Teplička	33	5	5	5	4		52
9.	Dunajová	Martina	G Alejová 1, Košice	J. Urbanová	34	5	5	5	2		51
10.	Hronec	Pavol	G ĽJŠ Komárno	Pipíšková,Némethová	33	5	5	5	2		50
10.	Štolcová	Jana	G Párovská 1, Nitra	I. Teplička	37	5	3	4	1		50
12.	Kacz	Kristián	G HS Komárno	Š. Tóth	35	1	5	5	2		48
13.	Meňhartová	Ivana	G Párovská 1, Nitra	I. Teplička	28	4	4	5	2		43
14.	Betík	Roman	SPŠ Levice	V. Osvaldová	29	5	3	3	1		41
14.	Klaudíniová	Jana	G AV Levice	V. Tóth	30	5		5	1		41
16.	Gyurász	Pavel	G s VJM Šahy	M. Čákyová	28	5		3			36
17.	Bača	Martin	G Párovská 1, Nitra	I. Teplička	25	2	2	5	0		34
18.	Bakaová	Monika	G Párovská 1, Nitra	I. Teplička	32						32
19.	Rášová	Alexandra	G MMH L. Mikuláš	A. Hlavicová	31						31
19.	Szücs	Gábor	G HS Komárno	Š. Tóth	21		5	5			31
21.	Kolev	Árpád	G s VJM Šahy	M. Čákyová	19		5	4			28
22.	Kajtár	Gergely	G HS Komárno	I. Tóth	21	2	1	0	2		26
23.	Petrovič	Juraj	SPŠ Levice	V. Osvaldová	23						23
23.	Šimjak	Patrik	G Párovská 1, Nitra	I. Teplička	23						23
25.	Cseriová	Agneša	G s VJM Šahy	D. Kukolíková	20						20
25.	Sýkora	Andrej	EG B. Bystrica	A. Šišková	13	2		3	2		20
27.	Mikula	Ján	G JGT B. Bystrica	Oravcová,Magyarová	19						19
28.	Magic	Ľuboš	G JGT B. Bystrica	E. Oravcová	17						17
29.	Gál	Dárius	G Poštová 9, Košice	Pundová	16						16
30.	Plevko	Ján	G MRŠ Šamorín	Jančichová	14						14
31.	Kubániková	Katarína	OA Dolný Kubín	J. Skokan	13	1		1		-3	13
32.	Paľko	Martin	G JGT B. Bystrica	Oravcová	12						12
33.	Régi	Tamás	G s VJM Šahy	M. Čákyová	8						8
34.	Ježíková	Lenka			7						7
34.	Ľuptáková	Paula	G JGT B. Bystrica		7						7
34.	Pejchal	Václav	G JGT B. Bystrica	Oravcová	7						7
34.	Škamla	Dávid	G JGT B. Bystrica	Magyarová,Oravcová	7						7
38.	Forgács	Matej	G JGT B. Bystrica	Oravcová,Magyarová	5						5
38.	Šlachtová	Lucia	OA Dolný Kubín	J. Skokan	5						5
40.	Hupian	Gábor	G HS Komárno	I. Tóth	3						3
41.	Horná	Zuzana	G Hubeného, Bratislava	Kotlebová	2						2
42.	Janíková	Jana	ZSŠDOaS Nitra	A. Cigáňová	0						0
42.	Rapsová	Diana	ZSŠDOaS Nitra	A. Cigáňová	0						0
42.	Uharčeková	Michaela	ZSŠDOaS Nitra	A. Cigáňová	0						0

Kategória B

Por.	Priezvisko	Meno	Škola	Učiteľ	PS	5	6	7	8	M	Spolu
1.	Rudík	Peter	G Alejová 1, Košice	J. Krajčiová	40	5	5	3	5		58
2.	Podleiszeková	Soňa	G ĽJŠ Komárno	Csölle, Némethová	36	4	3	0	5		48
3.	Kesely	Michal	G Párovská 1, Nitra	M. Bíro	35	4		3	3		45
4.	Bachratá	Katarína	G ZK s VJM Galanta		36	4	1	0	3		44
5.	Korcsoková	Katarína	G Šahy	M.Žacho	28	5	3	1	2		39
6.	Pivoluska	Matej	G AV Levice	V. Tóth	27	4	2	2	3		38
7.	Číková	Andrea	G AV Levice	A. Suhajová	26	5	2	0	2		35
8.	Balážová	Silvia	G JGT B. Bystrica	Magyarová, Oravcová	23	5	1	0	3		32
9.	Mackovjaková	Lenka	G Spišská Nová Ves	A. Komárová	24						24

10.	Lapin	Peter	G JGT B. Bystrica	K. Magyarová	15	4	1		1		21
11.	Petrovič	Miroslav	G JGT B. Bystrica	K. Magyarová	5	4					15
12.	Sütőová	Anna	G Štúrovo	M. Kršková	14						14
13.	Cibíček	Jozef	G Sučany		0	5	4	3	1		13
14.	Harezník	Martin	OA Dolný Kubín		8	4					12
15.	Jankechová	Katarína	G JGT B. Bystrica	Magyarová, Oravcová	10						10
15.	Kyseľová	Soňa	G JGT B. Bystrica	Oravcová, Magyarová	10						10
17.	Gašparík	Peter	G AV Levice	I. Mako	8						8
17.	Meňhart	Marcel	G Párovská 1, Nitra	M. Bíro	8						8
19.	Tarabáš	Filip	G Púchov		5			1			6
19.	Kováč	Martin	G JGT B. Bystrica	Oravcová, Magyárová	5						5
19.	Majdiš	Peter	OA Dolný Kubín	Eva Zajacová	5						5
19.	Mišečka	Tomáš	G Párovská 1, Nitra	M. Bíro	5						5
19.	Rajtóková	Saskia	G Štúrovo	M. Kršková	5						5
19.	Slančík	Ján	OA Dolný Kubín		5						5
19.	Štefánik	Adam	G JGT B. Bystrica	K. Magyarová	5						5
26.	Chovan	Jozef	G Štúrovo	M. Kršková	4						4
27.	Bartmanová	Stela	G Štúrovo	M. Kršková	2						2
28.	Felcanová	Michaela	G Hubeného, Bratislava	Kotlebová	0						0
28.	Košťálová	Lucia	G MRŠ Šamorín	Pavolová	0						0

Kategória A

Por.	Priezvisko	Meno	Škola	Trieda	Učiteľ	PS	7	8	9	10	M	Spolu
1.	Živčák	Andrej	G JGT B. Bystrica	3. F	Oravcová, Magyarová	38	3	5		4		50
2.	Štubňa	Ivan	G JGT B. Bystrica	3. F	Oravcová, Maďarová	38	3	4	1	3		49
3.	Komendová	Lucia	G JGT B. Bystrica	3. F	Oravcová	38	2	2	0			42
4.	Spátayová	Monika	G HS Komárno	VIII.	I. Keszegh	31	1	3	2	3		40
5.	Birkus	Róbert	G ZK s VJM Galanta	III. B	J. Mészáros, A.Péková	31		5	3			39
6.	Pastorková	Jana	G Púchov	Septima	V. Jančiová	29	1	5	3			38
7.	Mikeš	Ladislav	G Alejová 1, Košice	Septima B	Králiková	32	2	3	0	0		37
7.	Molnár	Martin	G AV Levice	3. B	V. Tóth	37						37
7.	Rieszová	Radka	G JGT B. Bystrica	III. F	Oravcová, Magyarová	28	3	2		4		37
10.	Gábelová	Barbora	G Púchov	Oktáva	V. Jančiová	21	1	5	5	4		36
11.	Krakovíková	Mária	ZSŠDOaS Nitra	3. A	A. Cigáňová	34		4	0		-3	35
12.	Sviteková	Zuzana	G JGT B. Bystrica	3. F	Magyarová, Oravcová	24	1	3				28
13.	Michaliková	Jana	G Konštantínova, Prešov	3. C	Okbarská	22	3		3		-11	22
14.	Kittanová	Katarína	G Hubeného, Bratislava	Septima	Homolová, Šimková	20						20
15.	Cvik	Pavol	G JH Bratislava	4 IB		18						18
16.	Polovková	Darina	G Spišská Nová Ves	3. C	Škerlíková	17						17
17.	Őszi	Károly	G HS Komárno	1. B	I. Tóth	13						13
17.	Sklenárová	Erika	G Štúrovo	3. A	M. Kršková	13						13
19.	Kršková	Mária	G Štúrovo	Septima	M. Kršková	11			1	0		12
20.	Hlaváček	Vladimír	G AV Levice	Oktáva	V. Tóth	10						10
21.	Hamar	Martin	G Šahy	3		8						8
21.	Šomlo	Ivan	G Šahy	3		8						8
23.	Hatoň	Martin	G Štúrovo	Septima	M. Kršková	7						7
24.	Kopić	Ivan	G Štúrovo	3. A	M. Kršková	5						5
25.	Budáč	Vladimír	G Štúrovo	3. A	M. Kršková	0						0
25.	Hačkóová	Andrea	G Štúrovo	Septima		0				0		0
25.	Ženiš	Tomáš	G Štúrovo	3. A	M. Kršková	0						0

Kategória π

Por.	Priezvisko	Meno	Škola	Trieda	Učiteľ	PS	11	12	Spolu
1.	Knebl	Jaroslav	G AB Námestovo	Kvinta B	V. Kompanová	19	5	4	28
2.	Molnár	Martin	G AV Levice	3. B	V. Tóth	20	0	5	25
3.	Birkus	Róbert	G ZK s VJM Galanta	III. B	J. Mészáros, A. Péková	16	4	4	24
4.	Michaliková	Jana	G Konštantínova, Prešov	3. C	Okbarská	10			10
5.	Őszi	Károly	G HS Komárno	1. B	I. Tóth	5			5
5.	Perešíni	Peter	G JGT B. Bystrica	1. F	E. Oravcová	5			5
7.	Gábelová	Barbora	G Púchov	Oktáva	V. Jančiová	1		1	2
8.	Balážová	Silvia	G JGT B. Bystrica	2. F	Magyarová, Oravcová	1			1
8.	Felcanová	Michaela	G Hubeného, Bratislava	II. B	Kotlebová	1			1
8.	Minárová	Kristína	G Párovská 1, Nitra	Kvarta	D. Hozlár	1			1
11.	Ježíková	Lenka				0			0
11.	Tarabáš	Filip	G Púchov	Sexta		0		0	0

Vysvetlivky
M znamená meškanie, PS je počet bodov za prvé dve série.

M I N I M I X - príloha časopisu MATMIX pre žiakov 1. stupňa

Milí naši najmenší riešitelia,

Prinášame vám hodnotenia posledných dvoch úloh a ich riešenia.

Úloha E5:

Marek a Peter sa hrali takúto hru: Marek sa premenoval na pána **Plus Štyri** a Peter na pána **Mínus Dva**. Hra prebiehala veľmi jednoducho. **Začali vždy od čísla 1** a striedavo hlásili, koľko krokov urobia, pričom k číslu 1 sa pripočíta alebo odpočíta toľko, koľko je v mene hráča, a to toľkokrát, koľko krokov si povie. Začína pán Plus Štyri a pán Mínus Dva musí dávať pozor iba na to, aby neklesli s výsledkom pod číslo 1. Ukážeme si jeden priebeh hry:

Plus Štyri: robím tri kroky – dostane **1** + 4 + 4 + 4 = **13**
Mínus Dva: robím päť krokov – počítame ďalej ; **13** – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 = **3**
Plus Štyri: robím jeden krok – dostaneme **3** + 4 = **7**
Mínus Dva: robím dva kroky – dostaneme **7** – 2 – 2 = **3**

Takto mohli naši hráči pokračovať a postupne vytvárať stále nové výsledky, ale vyrušila ich Kristínka. Mala práve 10 rokov a poprosila ich, aby takto podľa pravidiel vytvorili číslo 10. Najskôr si chlapci mysleli, že to bude jednoduché, ale postupom času sa začali stále viac potiť, a desiatka im nie a nie vyjsť.

Vašou úlohou je poradiť a vysvetliť našim priateľom, čo majú Kristínke povedať.

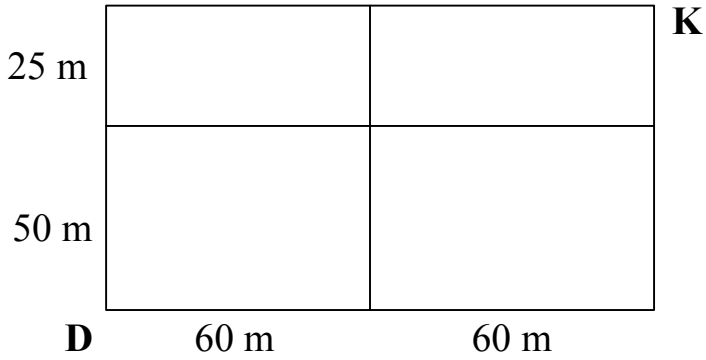
Riešenie:

Ak k číslu 1 pridáme násobok 4, dostaneme číslo nepárne, a ak od nepárneho čísla odpočítame násobok dvoch, dostaneme opäť číslo nepárne. Preto nikdy nevyjde číslo 10.

Zaujímavé riešenie nám poslal Max Steuer zo Šamorína, ktorý navrhuje zmenu pravidiel, a to nezačínať od 1, ale od 0 alebo iných párnych čísel. Iná možnosť je, že

pán Plus Štyri by bol nepárne číslo alebo pán Mínus Dva by bol nepárny alebo Kristínka príde, keď bude mať 11 rokov. Zuzana Sládečková nám poslala aj riešenie, ktoré by vyšlo pri začínaní od 0 aj s obrázkom torty.

Úloha E6:



Na obrázku je plán ulíc časti mesta, kde bývajú Anka a Danka v dome D a chcú ísť do kina K. Anka chce ísť z domu D do kina K **najkratšou** cestou, aby rýchlo kúpila dobré lístky. Danka má dosť času, preto chce vidieť čo najviac obchodov a želá si ísť do kina čo **najdlhšou** cestou. Po žiadnej ceste nechcú prejsť viac ako raz. **Aká je dlhá najkratšia cesta a aká je dlhá najdlhšia cesta** z domu do kina po nakreslených uliciach, pričom po žiadnej ceste nesmieme ísť viac ako raz? **Nakreslite nám vami zvolenú najkratšiu a najdlhšiu cestu do plánu.**

Riešenie:
Anka si môže zvoliť zo 6 najkratších ciest ľubovolnú cestu, ktorá vedie iba doprava alebo hore. Jej dĺžka je 195 m. Danka prejde najdlhšiu cestu tak, že najskôr pôjde 120 m doprava, potom 50 m hore, ďalej 120 m doľava, potom 25 m hore a nakoniec 120 m doprava. Dĺžka jej cesty bude 435 m.

Pri riešeniach niektoré deti zabúdali na zdôvodnenia v príklade E5. V príklade E6 veľa riešiteľov určilo chybne najdlhšiu cestu a vyšlo im iba 415 m.

Všetci riešitelia, ktorí získali aspoň 31 bodov, dostanú poštou diplomy. Víťazi, ktorí získali plný počet bodov – 60, dostávajú od firmy CASIO kalkulačky a ich učitelia získavajú predplatné časopisu MATMIX na budúci školský rok.

Redakcia sa už teraz teší na Vaše riešenia a príspevky v budúcom školskom roku. Objednávky Vám pošleme začiatkom septembra t. r.

Lúčime sa s Vami pozdravom nášho riešiteľa Filipka Luptáka, ktorý nám napísal na veľkonočné vajíčko verš:

Jar už prišla, už je tu,
kríky idú do kvetu.
Budem zbierať zlatý dážď,
po lúkach a dolinách.

Krásne prázdniny všetkým čitateľom želá

redakcia MATMIXU

Výsledky súťaže MINIMIX – kategória E po 3. kole

Por.	Meno	Učiteľ	Základná škola	Tr.	PS	5.	6.	Spolu
1.	Baisová Andrea	A. Hroncová	BA, Vazovova 4	4.A	40	10	10	60
1.	Hornyáková Viktória	O. Krošláková	N.Zámky,G.Czuczora 10,VJM	2.A	40	10	10	60
1.	Jenis Matej	S. Porhajašová	Nitra,sv.Svorada a Benedikta	3.B	40	10	10	60
1.	Ľupták Filip	M. Samašová	Detva, A. Bernoláka 20	3.A	40	10	10	60
1.	Steuer Max	Z. Krajčírová	Šamorín, Kláštorná 4	4.A	40	10	10	60
6.	Firbasová Monika	Z. Krajčírová	Šamorín, Kláštorná 4	4.A	40	10	9	59
6.	Gróf Marek	A. Peternaiová	Veľký Kýr	3.A	40	9	10	59
6.	Sládečková Zuzana	A. Peternaiová	Veľký Kýr	3.A	39	10	10	59
9.	Malý Mário	H. Dojčanová	Veľký Kýr	4.A	36	10	10	56
9.	Nyáriová Tatiana	H. Dojčanová	Veľký Kýr	4.A	36	10	10	56
11.	Mátyásová Katarína	T. Rajczová	Šamorín, Kláštorná 4	4.B	40	10	5	55
11.	Révayová Zuzana	H. Dojčanová	Veľký Kýr	4.A	35	10	10	55
11.	Szibilla Ladislav	A. Peternaiová	Veľký Kýr	3.A	35	10	10	55
11.	Szibillová Krisztína	H. Dojčanová	Veľký Kýr	4.A	36	10	9	55
11.	Veselovský Michal	Lukáčová	Svätý Kríž 59	3.	40	10	5	55
16.	Szabó Boris	A. Peternaiová	Veľký Kýr	3.A	40	4	10	54
17.	Adamičková Alexandra	E. Gergélyová	Ladce	4.B	36	10	5	51
17.	Poláček Richard	A. Peternaiová	Veľký Kýr	3.A	31	10	10	51
17.	Szládecsková Petra	A. Peternaiová	Veľký Kýr	3.A	37	4	10	51
20.	Bányi Richard	H. Dojčanová	Veľký Kýr	4.A	30	10	10	50
20.	Čepedyová Nikola	A. Peternaiová	Veľký Kýr	3.A	31	9	10	50
20.	Kósa Patrik	H. Dojčanová	Veľký Kýr	4.A	35	10	5	50
23.	Dragúňová Alexandra	A. Peternaiová	Veľký Kýr	3.A	35	4	10	49
24.	Kyšucký Tomáš	A. Peternaiová	Veľký Kýr	3.A	34	4	5	43
25.	Prešinszký Alexander	H. Dojčanová	Veľký Kýr	4.A	20	9	10	39
26.	Bucsuházyová Veronika	Z. Krajčírová	Šamorín, Kláštorná 4	4.A	32	0	0	32
27.	Laczová Lívia	Z. Krajčírová	Šamorín, Kláštorná 4	4.A	29	0	0	29
28.	Žilková Alexandra	J.Gubová,M.Sotáková	Nitra, Bolečkova 2	1.B	10	10	5	25
29.	Ackerová Nika	Ženišová	Gbely	4.B	20	0	0	20
29.	Lengyel Marek	A. Peternaiová	Veľký Kýr	3.A	20	0	0	20

Vysvetlivky

PS je počet bodov za prvé dve série.

O b s a h

Dušan Jedinák: Henri Lebesgue - nový pohľad na zvláštne prípady.....1
Peter Halák: Baví ma matematika a logika.....2
Úlohy tretieho kola 52. ročníka MO kategórie A.....4
Výsledková listina 52. ročníka MO - III. kolo kategórie A.....5
Riešenia súťažných úloh 3. série.....6
Reklamácie druhej série.....13
Martin Hriňák: Komentáre k riešeniam tretej série 13
Výsledkové listiny po tretej sérii.....15
Minimix - príloha pre 1. stupeň ZŠ.....19

Vyšlo pre vás:

******************MINIMATIK - malý lexikón matematiky pre základné školy - vyšlo v nakladateľstve EDITOR. Cena 69 Sk.** Obsahuje na 80 stranách najdôležitejšie **vzťahy, pojmy, vety a vzorce** z matematiky celej základnej školy, prehľad rôznych **jednotiek používaných u nás i v zahraničí** a ich prevody, najnovšie state v učive základnej školy (**pravdepodobnosť, štatistika a kombinatorika**), **objemy a povrchy telies**, ako aj **malé poučenie o financiách**, úrokoch a základných pojmoch, ktoré by mali v tejto oblasti žiaci ovládať. Pre hromadné objednávky zo škôl ostáva 10 Sk za kus pre PK, resp. pre objednávateľa. Objednávky na tel. č. 02- 55415410, Borovcová alebo priamo v redakcii Matmixu.

MATMIX - matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl, vydáva **Metodicko-pedagogické centrum** v Bratislave na Tomášikovej ul. s **finančnou podporou Ministerstva školstva SR a OZ EDUKÁCIA** ako pomocnú literatúru pre PK mate matiky a pre žiakov so záujmom o matematiku. Ceny pre víťazov sponzoruje **CASIO**
Šéfredaktor: RNDr. Milan Maxian
Redakcia: Dušan Jedinák, PhDr. Katarína Dzúriková, RNDr. Ľudovít Hrdina, CSc., Martin Hriňák, PhDr. Soňa Hronská, RNDr. Viera Kolbaská
Tlač a väzba: Eduard Rác
Adresa redakcie: MATMIX, resp. pre 1. stupeň ZŠ MINIMIX, Metodicko-pedagogické centrum, Tomášikova 4, P.O.BOX 14, 820 09 Bratislava 29
Telefóny: 02/ 48-20-94-32, 43-42-22-53, 43-42-57-90 **Fax:** 02/ 43-33-59-46
E-mail: maxian@mctba.sk, pre korešpondenčnú súťaž okrem E: hrinak@mctba.sk
www stránka: www.matmix-web.sk