Zadania úloh domáceho kola 57. ročníka Matematickej olympiády

Kategória Z7

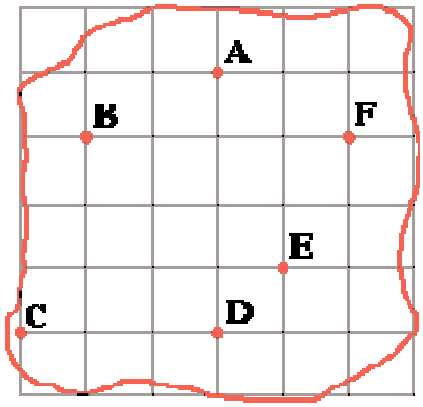
Z7-I-1

Číslo nazveme *trochu nešťastné*, ak je násobkom čísla 13. Číslo, ktoré je násobkom čísla 17, nazveme *trochu usmievavé*. Vezmime všetky prirodzené čísla od 1 do 1 000 000, ktoré nekončia ani 0 ani 5. Koľko z nich je *trochu nešťastných* a zároveň *trochu usmievavých*?

(M. Volfová)

Z7-I-2

Vláda Tramtárie sa rozhodla, že svoje územie rozdelí na šesť krajov. Vybrala preto šesť najvýznamnejších miest (krajské mestá) a každému chce priradiť kraj podľa nasledujúceho pravidla: každé miesto v krajine patrí do kraja toho krajského mesta, ku ktorému to má vzdušnou čiarou najbližšie. Prekreslite si vo vhodnej mierke mapu Tramtárie a narysujte do nej hranice krajov. (Krajské mestá sú označené písmenami *A* – *F*, hrubá čiara označuje hranice Tramtárie. Štvorcová sieť má iba uľahčovať orientáciu na mape a žiadnym spôsobom neovplyvňuje hranice krajov!)



(L. Šimůnek)

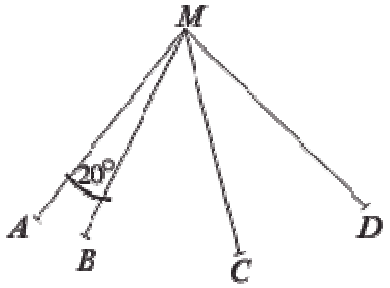
Z7-I-3

O dvanástej stáli na parkovisku české, nemecké a francúzske autá v pomere: české k nemeckým 9:4, nemecké k francúzskym 2:3. V priebehu hodiny odišlo jedenásť a prišlo päť českých áut, odišlo jedno a prišlo jedenásť nemeckých áut a odišli tri a prišlo šesť francúzskych áut. Aký je pomer českých, nemeckých a francúzskych áut stojacich o 13:00 na parkovisku, ak o 12:00 tam bolo dvanásť francúzskych áut?

(Š. Ptáčková)

Z7-I-4

Úsečky *AM, BM, CM* a *DM* usporiadané ako na obrázku sú rovnakej dĺžky. Uhly, ktoré zvierajú, majú veľkosti 20°, 20°, 50°, 50°, 70° a α. Zisti veľkosť uhla, ktorý zvierajú priamky *AB* a *CD*. (Obrázok je nepresný, nevyplatí sa ti merať.)



(M. Raabová)

Z7-I-5

Všetky políčka na šachovnici 4×4 vyfarbite štyrmi rôznymi farbami a vpíšte do nich písmená **L**, **E**, **T**, **O** tak, aby v každom riadku aj v každom stĺpci boli zastúpené všetky farby aj všetky písmená. Každé políčko bude celé jednofarebné a bude obsahovať práve jedno písmeno. Každé písmeno musí byť napísané na políčku každej farby a na každej farbe musia byť postupne umiestnené všetky písmená. Nájdi jedno riešenie.

(M. Volfová)

Z7-I-6

Na papieri je napísaných niekoľko po sebe idúcich prirodzených čísel. Je medzi nimi 12 takých, ktoré sú násobkom piatich a 10 takých, ktoré sú násobkom siedmich.

a) Koľko prirodzených čísel je napísaných na papieri?
b) Nájdite jednu postupnosť prirodzených čísel, ktorá odpovedá vyššie opísaným podmienkam.

(L. Šimůnek)