Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Bratislava 1

Ročník: 16
Číslo: 1
Šk. rok: 2010/2011

Matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl



Matematika je skúmanie rozdielnosti v podobnom a podobnosti v rozdielnom.

Sylvester

Redakčná pošta

Milí čitatelia,

na konci roka 2010 sa k vám dostáva 1. číslo 16 ročníka časopisu MATMIX. Predplatiteľom posielame zároveň aj prvé číslo časopisu Mladý vedec. V tomto časopise nájdete aj zadania a vzorové riešenia úloh korešpondenčnej súťaže, avšak výsledkové listiny a ďalšie články nájdete len v časopise MATMIX.

V prípade záujmu o doobjednanie časopisu nám stačí poslať e-mail na adresu matmix@matmix.sk s vašimi kontaktnými údajmi. Predplatné časopisu na tento školský rok 2010/2011 je 3 eurá – počas školského roka vyjdú tri čísla časopisu.

V časopise vám prinášame opäť zaujímavé články z histórie matematiky, zadania úloh korešpondenčnej súťaže a ako prílohu pripájame zadania 60. ročníka Matematickej olympiády v kategóriách Z5 – Z9 a A, B, C.

Prajem vám príjemné prežitie vianočných sviatkov a veľa úspechov pri riešení úloh korešpondenčnej súťaže.

Martin Hriňák

Peter G. Lejeune Dirichlet – nezabudnuteľný nástupca C. F. Gaussa

Známy princíp

Skúste odpovedať na otázku z nasledujúcej úlohy: *V našom meste sa narodilo v minulom roku 370 detí. Nájdu sa medzi nimi aspoň dve deti, ktoré sa narodili v rovnaký deň toho roku?*

Správna odpoveď je áno. Ak by sa každý deň roku narodilo najviac jedno dieťa, tak by ich spolu bolo najviac 365 (v priestupnom roku 366). Ale detí sa narodilo 370, teda musí existovať taký deň v roku, v ktorom sa narodili aspoň dve deti. Je pravda, že nevieme, v ktorý deň sa to stalo, ale dokázali sme, že taký deň nastal.

Pri riešení tejto úlohy sme použili pomerne známy *Dirichletov (priehradkový) princíp: Ak je viac než n predmetov rozdelených do n skupín (priehradiek), tak existuje aspoň jedna skupina (priehradka), v ktorej sa nachádzajú aspoň dva predmety.* Dokážme túto skutočnosť: Nech je po rozdelení k_i počet predmetov v i-tej skupine (zásuvke) (i = 1, 2, 3, ..., n). Ak by bol v každej skupine najviac jeden predmet, teda k_i by bolo vždy menšie alebo sa rovnalo 1, tak potom by všetkých predmetov spolu bolo $k_1 + k_2 + k_3 + ... + k_n \leq n$, čo je spor, lebo predmetov na rozdelenie je viac než n. Preto v niektorej skupine (priehradke) musí byť viac než jeden predmet, teda aspoň dva.

Postupnosť života



Má veľmi zaujímavé meno. Je odvodené zo spojenia „Le jeune de Richelet“ (mladík z Richeletu; Richelet je mestečko v Belgicku). Jeho rodina emigrovala z Belgicka do Nemecka. **Peter Gustav Lejeune Dirichlet** (13. február 1805 – 5. máj 1859) začal chodiť do gymnázia v Bonne, potom doštudoval v jezuitskom gymnáziu v Kolíne nad Rýnom. Bol pozorným študentom, zaujímal sa hlavne o históriu a matematiku (rád si za svoje vreckové kupoval odbornú literatúru). Od roku 1822 navštevoval univerzitu v Paríži, kde bol aj domácim učiteľom v rodine generála Foya. Spoznal významných francúzskych matematikov (Fourier, Laplace, Lacroix, Legendre). Do Nemecka sa vrátil v roku 1826. Bol docentom v Breslau (1827), vyučoval na vojenskej škole a od roku 1839 bol profesorom na univerzite v Berlíne. Od roku 1855 sa stal nástupcom Gaussa na univerzite v Göttingene a vytvoril tam svetové centrum matematického bádania.

Oženil sa so sestrou hudobného skladateľa Felixa Mendelsshona. Mali spolu troch synov a jednu dcéru. Na letnej matematickej konferencii v roku 1858 utrpel srdcový infarkt a po krátkej dobe (asi aj zo smútku za svojou zosnulou manželkou) zomrel.

Matematické záujmy

Hlavné odborné záujmy, na ktoré sa Dirichlet sústredil, boli teória čísel, matematická analýza (teória potenciálu, nekonečné rady, určitý integrál), matematická fyzika a hydrodynamika. Vybudoval teóriu trigonometrických radov a využitím analytických funkcií rozvinul analytickú teóriu čísiel, prispel k správnemu pochopeniu podstaty teórie funkcií. Dokázal Veľkú Fermatovu vetu pre $n = 5$ a pre $n = 14$. V roku 1837 dokázal, že v aritmetickej postupnosti $\{a + n \cdot d\}_{n=1}^{\infty}$, kde a, d sú nesúdeliteľné prirodzené čísla, sa vyskytuje nekonečne veľa prvočísiel. Vo variačnom počte zaviedol princíp, ktorý predpokladá existenciu určitej funkcie, ktorá za predpísaných počiatočných podmienok robí určitý integrál minimálnym. V roku 1840 podal aj kritérium pre rovnomernú konvergenciu radov. S Dirichletovým menom sú spojené aj ďalšie matematické pojmy. Vo funkcionálnej analýze je to: *Dirichletovo jadro*, *Dirichletov integrál*, *Dirichletov problém pre eliptické parciálne diferenciálne rovnice*, *Dirichletov rad* i *Dirichletov vzorec*. Veľmi známa je *Dirichletova funkcia* zadefinovaná takto: Ak je x racionálne číslo, tak $f(x) = 1$; ak je x iracionálne číslo, tak $f(x) = 0$. Táto funkcia je v každom bode nespojitá. Richard Dedekind (1831 – 1916) vydal v roku 1862 Dirichletove upravené a doplnené prednášky z teórie čísiel pod názvom *Vorlesungen über Zahlenhteorie.*



Aktívna skromná spomienka

Dúfam, že ľahko uznáte aj trochu všeobecnejší Dirichletov princíp: *Ak je viac než $m \cdot n$ predmetov rozdelených do n skupín, tak aspoň v jednej skupine je viac než m predmetov.* Skúste vyriešiť úlohu: *Medzi ľubovoľne zvolenými piatimi prirodzenými číslami, sú vždy aspoň dve také, že ich rozdiel je deliteľný štyrmi.*

Peter Lejeune Dirichlet šíril a spájal vedomosti európskej matematiky, stal sa úspešným nástupcom významných francúzskych i nemeckých matematikov. Bol znamenitým učiteľom s jasnou analýzou problémov i postupov ich riešenia. Aj hudbu vnímal ako podnetnú ideu pre čaro matematiky.

Dušan Jedinák

Korešpondenčná súťaž v školskom roku 2010/2011

Redakcia časopisu MATMIX vyhlasuje v tomto školskom roku korešpondenčnú súťaž pre žiakov základných a stredných škôl. Zapojiť sa do nej môžu všetci, ktorí majú záujem o matematiku a sú ochotní venovať niekoľko minút riešeniu úloh. V školskom roku 2010/2011 bude mať korešpondenčná súťaž dve série. Zadania úloh budú uverejnené v číslach 1 a 2, riešenia úloh a výsledkové listiny v číslach 2 a 3. Výsledky korešpondenčnej súťaže budú priebežne zverejňované aj na internete na webovej stránke www.matmix.sk.

Žiakom druhého stupňa základnej školy a žiakom 1. až 4. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória Z a sú pre nich určené úlohy č. 1 až 4. Prvákom stredných škôl a žiakom 5. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória C s úlohami 3 až 6. Druhákom stredných škôl a žiakom 6. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória B s úlohami 5 až 8. Tretiakom a štvrtákom stredných škôl a žiakom 7. a 8. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória A s úlohami 7 až 10. Žiakom, ktorí majú záujem o náročnejšie úlohy, je určená kategória π. Pre túto kategóriu sú v každej sérii určené úlohy 11 až 14. V prípade, že máte nejasnosti v zadaní alebo máte iné otázky, môžete svoje pripomienky adresovať na e-mailovú adresu hrinak@matmix.sk.

Prihlášku do korešpondenčnej súťaže nám pošlite spolu s prvou sériou vašich riešení. Uveďte na nej svoje meno, priezvisko, školu, triedu, vek, súťažnú kategóriu a e-mailovú adresu. Ak chcete dostávať svoje opravené riešenia s komentármi späť domov, napíšte nám to v prihláške a zašlite nám obálky s nalepenými známkami v hodnote 0,6 € (podľa platného cenníka Slovenskej pošty, pričom riešenia môžeme zasielať aj viacerým riešiteľom na jednu adresu). Zaslaním svojich riešení na našu adresu nám udeľujete súhlas na spracovanie zaslaných osobných údajov v zmysle § 7 zákona č. 428/2002 Z. z. o ochrane osobných údajov v platnom znení na spracúvanie týchto osobných údajov za účelom evidencie súťažiacich v korešpondenčnej súťaži časopisu MATMIX a pri jej vyhodnocovaní, za účelom vykonávania marketingových činností, napr. zasielania informačných mailov. Súčasne súhlasíte s využitím svojej e-mailovej adresy za účelom doručovania informácií a so zverejnením nasledujúcich údajov vo výsledkovej listine: meno, priezvisko, ročník, počet bodov, umiestnenie, škola. Súhlas sa poskytuje na dobu neurčitú a môže byť kedykoľvek odvolaný prostredníctvom písomného oznámenia o odvolaní doručeného do redakcie. Zároveň potvrdzujete, že ste boli riadne poučení o existencii práv dotknutej osoby uvedených v § 20 Zákona.

Upozorňujeme vás, aby ste riešenia písali **čitateľne** na papiere **formátu A4** (kancelársky papier) a na každé riešenie napísali **hlavičku** – svoje **meno, školu a číslo úlohy**. V prípade, že sa riešenie jednej úlohy nachádza na viacerých pa-

pieroch, zopnite ich. Na jednom papieri nemôžu byť napísané riešenia viacerých úloh. **Hodnotiť budeme len také riešenia, ktoré budú spĺňať tieto kritériá.**

Do súťaže sa môžete zapojiť aj v druhej sérii. Podmienkou zaradenia do súťaže je aj v takomto prípade zaslanie prihlášky spolu s riešeniami, ktoré vypracujete.

Riešenia súťažných úloh vypracujte sami! V prípade, že zistíme, že nejaká skupina navzájom odpisovala, **každý** jej člen dostane za danú úlohu 0 bodov, aj keby bolo riešenie správne. Plný počet bodov (5) patrí len úplnému riešeniu. Preto treba zdôvodniť všetky tvrdenia, ktoré v riešení použijete. V prípade, že použijete vetu alebo tvrdenie, ktoré nie je všeobecne známe, uveďte aj literatúru, kde sa nachádza jeho dôkaz. Uvedenie iba výsledku nie je postačujúce. Ak niektorá úloha nemá riešenie, treba ukázať, prečo ho nemá.

Riešenia každej série zasielajte do uvedeného termínu – rozhoduje pečiatka na obálke (nezabudnite na pekné známky) Ak pošlete riešenia po tomto termíne, strhneme vám za každý deň omeškania jeden bod (pod 0 bodov však klesnúť nemôžete). Svoje riešenia píšte v slovenskom jazyku. Riešenia zasielajte na adresu:

P-MAT, n. o.
Ing. Mgr. Martin Hriňák
P. O. BOX 2
814 99 Bratislava 1

V prípade, že nebudete spokojní s ohodnotením vášho riešenia, môžete nám poslať reklamáciu spolu s vaším riešením, odôvodnením a požadovaným počtom bodov. Vaše riešenie si ešte raz prezrieme a oznámime vám výsledok.

Veľa zážitkov a krásnych chvíľ pri riešení súťažných úloh vám praje redakcia časopisu MATMIX.

Prihláška do korešpondenčnej súťaže časopisu MATMIX

Priezvisko: ..... Meno: .....
Kategória: ..... Trieda: .....
Škola: .....
Telefón: ..... E-mail: .....
Mám záujem dostávať späť opravené riešenia s komentármi: áno nie
Adresa pre korešpondenciu: .....
.....
Podpis: .....

2010/2011
60. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z5*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 15. 11. 2010,*
druhá trojica úloh v pondelok 13. 12. 2010.)

1. Vlado má napísané dve čísla, 541 a 293. Zo šiestich použitých cifier má najskôr vyškrtnúť dve tak, aby súčet dvoch takto získaných čísel bol najväčší možný. Potom má z pôvodných šiestich cifier vyškrtnúť dve tak, aby rozdiel dvoch takto získaných čísel bol najmenší možný (odčíta menšie číslo od väčšieho). Ktoré cifry má v jednotlivých prípadoch vyškrtnúť? (*M. Petrová*)

2. V Trpasličom kráľovstve merajú vzdialenosti v rozprávkových míľach (rm), v rozprávkových siahach (rs) a v rozprávkových lakťoch (rl). Na vstupnej bráne do Trpasličieho kráľovstva je nasledujúca tabuľka na prevody medzi ich jednotkami a našimi:

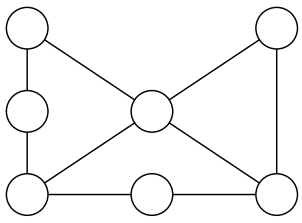
- 1 rm = 385 cm,
- 1 rs = 105 cm,
- 1 rl = 250 mm.

Kráľ Trpaslík I. nechal premerať vzdialenosť od zámockej brány k rozprávkovému jazierku. Traja pozvaní zememerači dospeli k týmto výsledkom: prvý nameral 4 rm 4 rs 18 rl, druhý 3 rm 2 rs 43 rl a tretí 6 rm 1 rs 1 rl. Jeden z nich sa však pomýlil. Aká je vzdialenosť v centimetroch od zámockej brány k rozprávkovému jazierku? O koľko centimetrov sa pomýlil nepresný zememerač? (*M. Petrová*)

3. Štyria kamaráti Adam, Mojmír a dvojčatá Peter a Pavol získali na hodinách matematiky celkom 52 smajlíkov, každý aspoň 1. Pritom dvojčatá dokopy majú 33, ale najúspešnejší bol Mojmír. Koľko ich získal Adam? (*M. Volfová*)

4. Pán Tik a pán Tak predávali budíky v predajniach „Pred Rohom“ a „Za Rohom“. Pán Tik tvrdil, že „Pred Rohom“ predali o 30 budíkov viac ako „Za Rohom“, zatiaľ čo pán Tak tvrdil, že „Pred Rohom“ predali trikrát viac budíkov ako „Za Rohom“. Nakoniec sa ukázalo, že Tik aj Tak mali pravdu. Koľko budíkov predali v oboch predajniach celkom? (*L. Hozová*)

5. Do krúžkov na obrázku doplňte čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6 a 7 tak, aby súčet čísel na každej vyznačenej línii bol rovnaký. Žiadne číslo pritom nesmie byť použité viackrát. (*M. Smitková*)



6. Pani Šikovná čakala večer hostí. Najskôr pre nich pripravila 25 chlebíčkov. Potom spočítala, že by si každý hosť mohol zobrať dva, ale po troch by už na všetkých nevyšlo. Povedala si, že keby vyrobila ešte 10 chlebíčkov, mohol by si každý hosť vziať tri, ale štyri nie každý. To sa jej zdalo stále málo. Nakoniec prichystala dokopy 52 chlebíčkov. Každý hosť by si teda mohol vziať štyri chlebíčky, ale po päť by už všetkých nevyšlo. Koľko hostí pani Šikovná čakala? Ona sama drží diétu a večer nikdy neje. (*L. Šimůnek*)

2010/2011
60. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z6*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 13. 12. 2010,*
druhá trojica úloh v pondelok 28. 2. 2011.)

1. Keď Bernard natieral dvere garáže, pretrel omylom aj stupnicu nástenného vonkajšieho teplomera. Trubička s ortuťou však zostala nepoškodená, a tak Bernard pôvodnú stupnicu prelepil pásikom vlastnej výroby. Na nej starostlivo narysoval dieliky, všetky boli rovnako veľké a označené číslami. Jeho dielik mal však inú veľkosť ako pôvodný dielik, ktorý predstavoval jeden stupeň Celzia, a aj nulu Bernard umiestnil inde, ako bolo 0°C. Takto začal Bernard merať teplotu vo vlastných jednotkách: bernardoch. Keď by mal teplomer ukazovať teplotu 18°C, ukazoval 23 bernardov. Keď by mal ukazovať 9°C, ukazoval 8 bernardov. Aká je teplota v °C, ak vidí Bernard na svojom teplomere teplotu 13 bernardov? (*L. Šimůnek*)

2. Firma vyrábajúca mikrovlnné rúry predávala na trhu vždy po krátkej prezentácii svoje modely. Vo štvrtok predala osem rovnakých mikrovlniek. Deň nato už ponúkala aj svoj nový model a ľudia si tak mohli kúpiť ten istý ako vo štvrtok alebo nový. V sobotu chceli všetci záujemcovia nový model a firma ich predala v ten deň šesť. V jednotlivých dňoch utŕžila 590 €, 720 € a 840 €, neprezradíme však, ktorá suma patrí ku ktorému dňu.

- Koľko stál starší model mikrovlnky?
- Koľko nových modelov predala firma v piatok?

Poznámka. Cena každej mikrovlnky bola v celých eurách. (*L. Šimůnek*)

3. Vojto napísal číslo 2010 stokrát bez medzier za sebou. Koľko štvorciferných a koľko päťciferných súmerných čísel bolo skrytých v tomto zápise? (Súmerné číslo je také číslo, ktoré je rovnaké, či ho čítame spredu alebo zozadu, napr. 39193.) (*L. Hozová*)

4. Súčin vekov deda Vendelína a jeho vnúčat je 2010. Súčet vekov všetkých vnúčat je 12 a žiadne dve vnúčatá nemajú rovnako veľa rokov. Koľko vnúčat má dedo Vendelín? (*L. Hozová*)

5. Na tábore sa dvaja vedúci s dvoma táborníkmi a psom potrebovali dostať cez rieku a k dispozícii mali iba jednu loďku s nosnosťou 65 kg. Našťastie všetci (okrem psa) dokázali loďku cez rieku priviezť. Každý vedúci vážil približne 60 kg, každý táborník 30 kg a pes 12 kg. Ako si mali počínať? Koľkokrát najmenej musela loďka prekonať rieku? (*M. Volfová*)

6. Karol obstaval krabicu s obdĺžnikovým dnom obrubou z kocôčok. Použil práve 22 kocôčok s hranou 1 dm, ktoré staval tesne vedľa seba v jednej vrstve. Medzi obrubou a stenami krabice nebola medzera a celá táto stavba mala obdĺžnikový pôdorys. Aké rozmery mohlo mať dno krabice? (*M. Krejčová*)

2010/2011
60. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z7*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 13. 12. 2010,*
druhá trojica úloh v pondelok 28. 2. 2011.)

1. Súčin cifier ľubovoľného viacciferného čísla je vždy menší ako toto číslo. Ak počítame súčin cifier daného čísla, potom súčin cifier tohto súčinu, potom znova súčin cifier nového súčinu atď., nutne po nejakom počte krokov dospejeme k jednocifernému číslu. Tento počet krokov nazývame *perzistencia* čísla. Napr. číslo 723 má perzistenciu 2, lebo $7 \cdot 2 \cdot 3 = 42$ (1. krok) a $4 \cdot 2 = 8$ (2. krok).

- Nájdite najväčšie nepárne číslo, ktoré má navzájom rôzne cifry a perzistenciu 1.
- Nájdite najväčšie párne číslo, ktoré má navzájom rôzne nenulové cifry a perzistenciu 1.
- Nájdite najmenšie prirodzené číslo, ktoré má perzistenciu 3. (*S. Bednářová*)

2. Ondro na výlete utratil $\frac{2}{3}$ peňazí a zo zvyšku dal ešte $\frac{2}{3}$ na školu pre deti z Tibetu. Za $\frac{2}{3}$ nového zvyšku kúpil malý darček pre mamičku. Z deravého vrecka stratil $\frac{4}{5}$ zvyšných peňazí, a keď zo zvyšných dal polovicu malej sestričke, ostalo mu práve jedno euro. S akou sumou išiel Ondro na výlet? (*M. Volfová*)

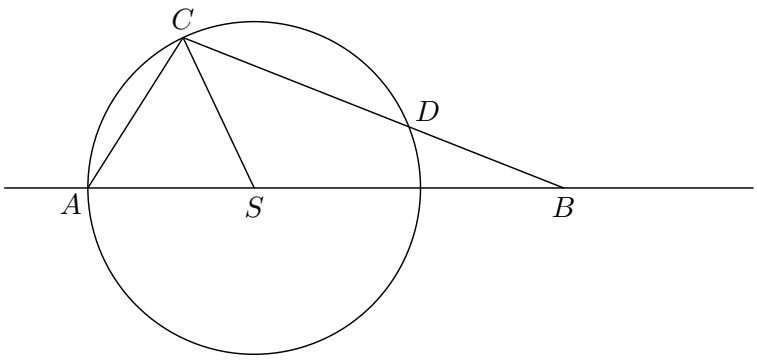
3. Silvia prehlásila:

„Sme tri sestry, ja som najmladšia, Lívia je staršia o tri roky a Edita o osem. Naša mamka rada počuje, že všetky (aj s ňou) máme v priemere 21 rokov. Pritom keď som sa narodila, mala mamka už 29.“

Pred koľkými rokmi sa Silvia narodila? (*M. Volfová*)

4. Juro mal napísané štvorciferné číslo. Toto číslo zaokrúhlil na desiatky, na stovky a na tisícky a všetky tri výsledky zapísal pod pôvodné číslo. Všetky štyri čísla správne sčítal a dostal 5 443. Ktoré číslo mal Juro napísané? (*M. Petrová*)

5. Laco narysoval kružnicu so stredom S a body A, B, C, D, ako ukazuje obrázok. Zistil, že úsečky SC a BD sú rovnako dlhé. V akom pomere sú veľkosti uhlov ASC a SCD?



(*L. Hozová*)

6. Nájdite všetky trojciferné prirodzené čísla, ktoré sú bezo zvyšku deliteľné číslom 6 a v ktorých môžeme vyškrtnúť ktorúkoľvek cifru a vždy dostaneme dvojciferné prirodzené číslo, ktoré je tiež bezo zvyšku deliteľné číslom 6. (*L. Šimůnek*)

2010/2011
60. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z8*

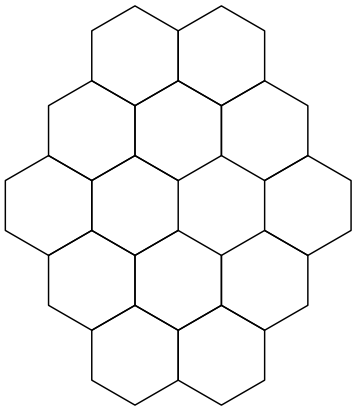
(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 13. 12. 2010,*
druhá trojica úloh v pondelok 28. 2. 2011.)

1. Martin má na papieri napísané päťciferné číslo s piatimi rôznymi ciframi a nasledujúcimi vlastnosťami:

- škrtnutím druhej cifry zľava (t. j. cifry na mieste tisícok) dostane číslo, ktoré je deliteľné dvoma,
- škrtnutím tretej cifry zľava dostane číslo, ktoré je deliteľné tromi,
- škrtnutím štvrtej cifry zľava dostane číslo, ktoré je deliteľné štyrmi,
- škrtnutím piatej cifry zľava dostane číslo, ktoré je deliteľné piatimi,
- ak neškrtne žiadnu cifru, má číslo deliteľné šiestimi.

Ktoré najväčšie číslo môže mať Martin napísané na papieri? (*M. Petrová*)

2. Karol sa snažil do prázdnych políčok na obrázku vpísať prirodzené čísla od 1 do 14 tak, aby žiadne číslo nebolo použité viackrát a súčet všetkých čísel na každej priamej línii bol rovnaký. Po chvíli si uvedomil, že to nie je možné. Ako by ste Karolovo pozorovanie zdôvodnili vy? (Pod priamou líniou rozumieme skupinu všetkých susediacich políčok, ktorých stredy ležia na jednej priamke.) (*S. Bednářová*)



3. Cena encyklopédie „Hádanky, rébusy a hlavolamy“ bola znížená o 62,5 %. Matej zistil, že obe ceny (pred znížením aj po ňom) sú dvojciferné čísla a dajú sa vyjadriť rovnakými ciframi, len v rôznom poradí. O koľko € bola encyklopédia zlacnená? (*M. Volfová*)

4. Rozdeľte kocku s hranou 8 cm na menšie zhodné kocôčky tak, aby súčet ich povrchov bol päťkrát väčší ako povrch pôvodnej kocky. Aký bude objem malej kocôčky a koľko centimetrov bude merať jej hrana? (*M. Volfová*)

5. Klára, Lenka a Matej si precvičovali písomné delenie so zvyškom. Ako delenca mal každý zadané iné prirodzené číslo, ako deliteľa však mali všetci rovnaké prirodzené číslo. Lenkin delenec bol o 30 väčší ako Klárin. Matejov delenec bol o 50 väčší ako Lenkin. Kláre vyšiel vo výsledku zvyšok 8, Lenke zvyšok 2 a Matejovi zvyšok 4. Všetci počítali bez chyby. Aký deliteľ mali žiaci zadaný? (*L. Šimůnek*)

6. V rovnoramennom lichobežníku $ABCD$ sú uhlopriečky AC a DB na seba kolmé, ich dĺžka je 8 cm a dĺžka najdlhšej strany AB je tiež 8 cm. Vypočítajte obsah tohto lichobežníka. (*M. Krejčová*)

2010/2011
60. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 15. 11. 2010,*
druhá trojica úloh v pondelok 13. 12. 2010.)

1. Pán Vlk čakal na zastávke pred školou na autobus. Z okna počul slová učiteľa:

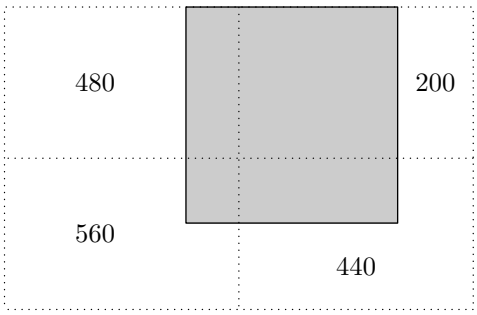
„Aký povrch môže mať pravidelný štvorboký hranol, ak viete, že dĺžky všetkých jeho hrán sú v centimetroch vyjadrené celými číslami a že jeho objem je. . . “

Toto dôležité číslo pán Vlk nepočul, pretože práve prešlo okolo auto. Za chvíľu počul žiaka oznamujúceho výsledok 918 cm^2. Učiteľ na to povedal:

„Áno, ale úloha má celkom štyri riešenia. Hľadajte ďalej.“

Viac sa pán Vlk už nedozvedel, lebo nastúpil do svojho autobusu. Keďže matematika bola vždy jeho hobby, vybral si v autobuse ceruzku a papier a po čase určil aj zvyšné tri riešenia učiteľovej úlohy. Spočítajte ich aj vy. (*L. Šimůnek*)

2. Na obrázku sú bodkovanou čiarou znázornené hranice štyroch rovnako veľkých obdĺžnikových parciel. Sivou farbou je vyznačená zastavaná plocha. Tá má tvar obdĺžnika, ktorého jedna strana tvorí zároveň hranice parciel. Zapísané čísla vyjadrujú obsah nezastavanej plochy na jednotlivých parcelách, a to v m^2. Vypočítajte obsah celkovej zastavanej plochy. (*L. Šimůnek*)



3. Vĺčkovci lisovali jablkový mušt. Mali ho v dvoch rovnako objemných súdkoch, v oboch takmer rovnaké množstvo. Keby z prvého preliali do druhého 1 liter, mali by v oboch rovnako, ale to by ani jeden súdok nebol plný. Tak radšej preliali 9 litrov z druhého do prvého. Potom bol prvý súdok úplne plný a mušt v druhom zapĺňal práve tretinu objemu. Koľko litrov muštu vylisovali, aký bol objem súdkov a koľko muštu v nich bolo pôvodne? (*M. Volfová*)

4. Pán Rýchly a pán Ťarbák v rovnakom čase vyštartovali na tú istú turistickú trasu, len pán Rýchly ju išiel zhora z horskej chaty a pán Ťarbák naopak od autobusu dolu v mestečku na chatu smerom nahor. Keď bolo 10 hodín, stretli sa na trase. Pán Rýchly sa ponáhľal a už o 12:00 bol v cieli. Naopak pán Ťarbák postupoval pomaly, a tak dorazil na chatu až o 18:00. O koľkej páni vyrazili na cestu, ak vieme, že každý z nich išiel celý čas svojou stálou rýchlosťou? (*M. Volfová*)

5. Kružnici so stredom S a polomerom 12 cm sme opísali pravidelný šesťuholník $ABCDEF$ a vpísali pravidelný šesťuholník $TUVXYZ$ tak, aby bod T bol stredom strany BC. Vypočítajte obsah a obvod štvoruholníka $TCUS$. (*M. Krejčová*)

6. Peter a Pavol oberali v sade jablká a hrušky. V pondelok zjedol Peter o 2 hrušky viac ako Pavol a o 2 jablká menej ako Pavol. V utorok Peter zjedol o 4 hrušky menej ako v pondelok. Pavol zjedol v utorok o 3 hrušky viac ako Peter a o 3 jablká menej ako Peter. Pavol zjedol za oba dni 12 jabĺk a v utorok zjedol rovnaký počet jabĺk ako hrušiek. V utorok večer obaja chlapci zistili, že počet jabĺk, ktoré spolu za oba dni zjedli, je rovnako veľký ako počet spoločne zjedených hrušiek. Koľko jabĺk zjedol Peter v pondelok a koľko hrušiek zjedol Pavol v utorok? (*L. Hozová*)

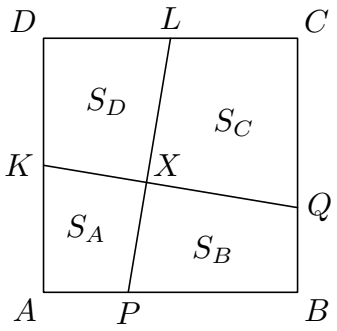
2010/2011
60. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie C*

(*Termín odovzdania: v pondelok 10. januára 2011.*)

1. Lucia napísala na tabuľu dve nenulové čísla. Potom medzi ne postupne vkladala znamienka plus, mínus, krát a delené a všetky štyri príklady správne vypočítala. Medzi výsledkami boli iba dve rôzne hodnoty. Aké dve čísla mohla Lucia na tabuľu napísať?
(*Peter Novotný*)

2. Dokážte, že výrazy $23x + y$, $19x + 3y$ sú deliteľné číslom 50 pre rovnaké dvojice prirodzených čísel x, y. (*Jaroslav Zhouf*)

3. Máme štvorec $ABCD$ so stranou dĺžky 1 cm. Body K a L sú stredy strán DA a DC. Bod P leží na strane AB tak, že $|BP| = 2|AP|$. Bod Q leží na strane BC tak, že $|CQ| = 2|BQ|$. Úsečky KQ a PL sa pretínajú v bode X. Obsahy štvoruholníkov $APXK$, $BQXP$, $QCLX$ a $LDKX$ označíme postupne S_A, S_B, S_C, S_D (ako na obrázku).



a) Dokážte, že $S_B = S_D$.
b) Vypočítajte rozdiel $S_C - S_A$.
c) Vysvetlite, prečo neplatí $S_A + S_C = S_B + S_D$.
(*Peter Novotný*)

4. V skupine n žiakov sa spolu niektorí kamarátia. Vieme, že každý má medzi ostatnými aspoň štyroch kamarátov. Učiteľka chce žiakov rozdeliť na dve nanajvýš štvorčlenné skupiny tak, že každý bude mať vo svojej skupine aspoň jedného kamaráta.

a) Ukážte, že v prípade $n = 7$ sa dajú žiaci požadovaným spôsobom vždy rozdeliť.
b) Zistite, či možno žiakov takto vždy rozdeliť aj v prípade $n = 8$.
(*Tomáš Jurík*)

5. Dokážte, že najmenší spoločný násobok $[a, b]$ a najväčší spoločný deliteľ (a, b) ľubovoľných dvoch kladných celých čísel a, b spĺňajú nerovnosť

$$a \cdot (a, b) + b \cdot [a, b] \geqq 2ab.$$

Zistite, kedy v tejto nerovnosti nastane rovnosť. (*Jaromír Šimša*)

6. Je daný lichobežník $ABCD$. Stred základne AB označme P. Uvažujme rovnobežku so základňou AB, ktorá pretína úsečky AD, PD, PC, BC postupne v bodoch K, L, M, N.

a) Dokážte, že $|KL| = |MN|$.
b) Určte polohu priamky KL tak, aby platilo aj $|KL| = |LM|$.
(*Jaroslav Zhouf*)

2010/2011
60. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie B*

(*Termín odovzdania: v pondelok 10. januára 2011.*)

1. V obore reálnych čísel vyriešte sústavu

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2+y^2} &= z+1,\\ \sqrt{y^2+z^2} &= x+1,\\ \sqrt{z^2+x^2} &= y+1.\end{aligned}$$

(*Tomáš Jurík*)

2. Uvažujme vnútorný bod P daného obdĺžnika $ABCD$ a označme postupne Q, R obrazy bodu P v súmernostiach podľa stredov A, C. Predpokladajme, že priamka QR pretne strany AB a BC vo vnútorných bodoch M a N. Zostrojte množinu všetkých bodov P, pre ktoré platí $|MN| = |AB|$. (*Jaroslav Švrček*)

3. Nech a, b, c sú reálne čísla, ktorých súčet je 6. Dokážte, že aspoň jedno z čísel

$$ab+bc, \quad bc+ca, \quad ca+ab$$

nie je väčšie ako 8. (*Ján Mazák*)

4. Nájdite všetky celé čísla n, pre ktoré je zlomok

$$\frac{n^3+2\,010}{n^2+2\,010}$$

rovný celému číslu. (*Pavel Novotný*)

5. Zaoberajme sa otázkou, ktoré trojuholníky ABC s ostrými uhlami pri vrcholoch A a B majú nasledujúcu vlastnosť: Ak vedieme stredom výšky z vrcholu C tri priamky rovnobežné so stranami trojuholníka ABC, pretnú ich tieto priamky v šiestich bodoch ležiacich na jednej kružnici.

a) Ukážte, že vyhovuje každý trojuholník ABC s pravým uhlom pri vrchole C.
b) Vysvetlite, prečo žiadny iný trojuholník ABC nevyhovuje. (*Jaromír Šimša*)

6. Určte počet desaťciferných čísel, v ktorých možno škrtnúť dve susedné cifry a dostať tak číslo 99-krát menšie. (*Ján Mazák*)

2010/2011
60. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie A*

(*Termín odovzdania: v pondelok 29. novembra 2010.*)

1. Korene rovnice

$$ax^4 + bx^2 + a = 1$$

v obore reálnych čísel sú štyri po sebe idúce členy rastúcej aritmetickej postupnosti. Pritom jeden z týchto členov je zároveň riešením rovnice

$$bx^2 + ax + a = 1.$$

Určte všetky možné hodnoty reálnych parametrov a, b. (*Peter Novotný*)

2. Nech k, n sú prirodzené čísla. Z platnosti tvrdenia „číslo $(n-1)(n+1)$ je deliteľné číslom k“ Adam usúdil, že buď číslo $n-1$, alebo číslo $n+1$ je deliteľné k. Určte všetky prirodzené čísla k, pre ktoré je Adamova úvaha správna pre každé prirodzené n.
(*Ján Mazák*)

3. Dané sú kružnice k, l, ktoré sa pretínajú v bodoch A, B. Označme K, L postupne dotykové body ich spoločnej dotyčnice zvolené tak, že bod B je vnútorným bodom trojuholníka AKL. Na kružniciach k a l zvoľme postupne body N a M tak, aby bod A bol vnútorným bodom úsečky MN. Dokážte, že štvoruholník $KLMN$ je tetivový práve vtedy, keď priamka MN je dotyčnicou kružnice opísanej trojuholníku AKL.
(*Jaroslav Švrček*)

4. Majme $6n$ žetónov až na farbu zhodných, po troch z každej z $2n$ farieb. Pre každé prirodzené číslo $n > 1$ určte počet p_n všetkých takých rozdelení $6n$ žetónov na dve kôpky po $3n$ žetónoch, že žiadne tri žetóny rovnakej farby nie sú v rovnakej kôpke. Dokážte, že p_n je nepárne číslo práve vtedy, keď $n = 2^k$ pre vhodné prirodzené k.
(*Jaromír Šimša*)

5. Na každej stene kocky je napísané práve jedno celé číslo. V jednom kroku zvolíme ľubovoľné dve susedné steny kocky a čísla na nich napísané zväčšíme o 1. Určte nutnú a postačujúcu podmienku pre očíslovanie stien kocky na začiatku, aby po konečnom počte vhodných krokov mohli byť na všetkých stenách kocky rovnaké čísla.
(*Peter Novotný*)

6. Dokážte, že v každom trojuholníku ABC s ostrým uhlom pri vrchole C (pri zvyčajnom označení dĺžok strán a veľkostí vnútorných uhlov) platí nerovnosť

$$(a^2 + b^2)\cos(\alpha - \beta) \leqq 2ab.$$

Zistite, kedy nastane rovnosť. (*Jaromír Šimša*)

Zadania 1. série úloh korešpondenčnej súťaže

1. Ideálny muž podľa Martiny je vysoký, čiernovlasý a pekný. Pozná štyroch mužov, ktorí sa volajú Andrej, Boris, Cyril a Daniel. Len jeden z nich má všetky tri vlastnosti, ktoré Martina požaduje. Okrem toho vieme, že:
- Len traja muži sú vysokí, len dvaja čiernovlasí a len jeden pekný.
- Každý z tých štyroch mužov má aspoň jednu z požadovaných vlastností.
- Andrej a Boris majú rovnakú farbu vlasov.
- Boris a Cyril sú rovnako vysokí.
- Spomedzi Cyrila a Daniela je vysoký najviac jeden.

Ktorý z týchto štyroch mužov spĺňa všetky Martinine požiadavky?

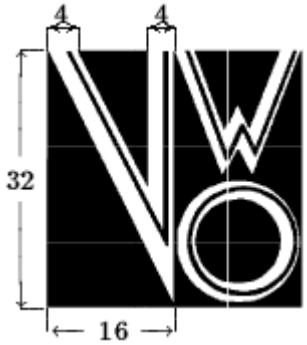
2. Otec sa v záhrade rozhodol postaviť altánok. Keby každý deň pracoval 1,5 hodiny, celá stavba by mu trvala 8 dní. Koľko hodín denne by musel pracovať, aby bola stavba hotová o dva dni skôr?

3. Ak ide mág Xerius navštíviť priateľa pešo a naspäť sa vezie na voze, trvá mu cesta hodinu a pol. Ak ide na voze tam i nazad, trvá mu celá cesta 30 minút. Koľko mu trvá cesta, ak ide tam aj späť pešo? (Pešo aj vozom ide rovnomerným priamočiarym pohybom.)

4. Do uzavretej nádrže tvaru pravidelného štvorbokého hranola sa má zmestiť 20 hl vody. Výška nádrže je 1,26 m. Koľko štvorcových metrov plechu sa spotrebuje na jej vyhotovenie, keď pridáme 5 % plechu na spoje a odpad?

5. Nájdite osemciferné číslo (označme si ho X), pre ktoré platí: X sa skladá len z cifier 1, 2, 3 a 4. Keď X rozdelíme v polovici na dve štvorciferné čísla a potom pravé odpočítame od ľavého, dostaneme 2222. Keď od X odpočítame X napísané odzadu, dostaneme 33108867. Nájdite všetky riešenia.

6. Vypočítajte plochu, ktorú zaberá písmeno V na nasledujúcom obrázku:



7. Dokážte, že číslo $\sqrt{17-12\sqrt{2}}+\sqrt{17+12\sqrt{2}}$ je prirodzené.

8. Nájdite všeobecné vyjadrenie pre *n*-tý člen postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ definovanej nasledujúcim predpisom:

$$a_n=\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+\cdots+\frac{n}{(n-1)!}.$$

9. Dokážte, že číslo $2^{1092}-1$ je deliteľné číslom 1093^2.

10. Nájdite všetky prirodzené čísla *m*, *n*, ktoré sú riešeniami rovnice $2^m-3^n=7$.

11. Zistite, či existuje množina 4 004 takých prirodzených čísel, že súčet čísel ľubovoľnej 2 003-prvkovej podmnožiny tejto množiny nie je deliteľný číslom 2 003.

12. Nech a, b, c sú kladné reálne čísla, ktorých súčin nie je väčší ako ich súčet. Dokážte, že potom platí nerovnosť

$$a^2+b^2+c^2\geq\sqrt{3}abc.$$

13. Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je definovaná predpisom $a_{n+1}=3a_n-a_{n-1}$, pričom $a_1=20$, $a_2=30$. Nájdite všetky prirodzené čísla *n*, pre ktoré je $5a_{n+1}a_n+1$ druhou mocninou celého čísla.

14. Dokážte, že pre všetky prirodzené čísla n platí nasledujúca nerovnosť:

$$\left(2n^2+3n+1\right)^n\geq 6^n\cdot(n!)^2$$

Termín odoslania riešení úloh 1. série: do 25. 1. 2011

Riešenia zasielajte na adresu:

P-MAT, n. o.
Ing. Mgr. Martin Hriňák
P. O. BOX 2
814 99 Bratislava 1

Skôr než začnete písať svoje riešenia

Vzhľadom na skúsenosti z minulých rokov sme sa rozhodli uverejniť zopár rád, ktoré vám môžu pomôcť pri písaní vášho riešenia, presnejšie, akých chýb sa máte vyvarovať.

Mnohí z vás používajú pri dokazovaní rovnosti dvoch čísel kalkulačku. Takéto riešenia nikdy nebudú hodnotené ako správne z jednoduchého dôvodu – kalkulačky majú len obmedzenú presnosť, a ak vám vyjde na kalkulačke, že sa dve čísla rovnajú, neznamená to nutne, že sa rovnajú aj v skutočnosti. Možno sa líšia už na prvom nezobrazovanom desatinnom mieste. Kalkulačku teda nemôžete používať na dokazovanie rovností. V prípade dokazovania nerovností ju však už môžete využiť v rozumnej miere – teda pri zisťovaní rozdielov na prvých dvoch – troch desatinných miestach. Napríklad na skonštatovanie, že $\pi^2 < 10$.

K riešeniam pomocou počítača: Je veľa úloh, v ktorých treba vyskúšať veľmi veľa možností, ak človek nenájde šikovnú skratku, ktorá mu počet týchto možností zníži. Preto napríklad riešenie typu „vyskúšame všetky možnosti“ nebude hodnotené ako správne. A to aj v prípade, že by ste v riešení uviedli úvahy o tom, že možností je len konečne veľa a podobne. V prípade, že chcete, aby ste za takéto riešenie získali nenulový počet bodov, musíte všetky možnosti vypísať, aby ste zistili, že to nie je tá správna cesta.

Taktiež si treba uvedomiť, že ak vypíšete niekoľko možností a pri nich dokážete, že tvrdenie platí, nie je to dôkaz tvrdenia vo všeobecnosti.

V prípade, ak máte dokázať nejaké tvrdenie a postupujete spôsobom, že predpokladáte platnosť tohto tvrdenia a dospejete k pravdivému tvrdeniu, tak ste nedokázali vôbec nič. Uvedieme príklad: Predpokladajme, že $1 = 2$. Vynásobením oboch strán rovnosti nulou dostávame pravdivé tvrdenie $0 = 0$. Môžeme teraz tvrdiť, že sme dokázali platnosť tvrdenia $1 = 2$? Sami vidíte, že sme nič nedokázali... Ak však používame ekvivalentné úpravy, už je to iné. Ale to treba spomenúť.

Pri písaní svojich riešení dávajte pozor aj na označenie, aby bolo jasné, čo čo znamená. Pri nesprávnom označení môžete stratiť body, aj keď je riešenie v princípe správne. Ďalej treba dávať pozor aj na to, aby ste na dvoch rôznych miestach neoznačili jedným označením dve rôzne skutočnosti.

Na záver vám odporúčame, aby ste si svoje riešenia nakoniec vždy ešte raz prečítali. Možno sami zistíte, že tomu, čo ste napísali, nerozumiete ani vy sami, lebo opravovatelia sú tvory, ktoré nemajú telepatické schopnosti.

Martin Hriňák

Čriepky z histórie matematickej kultúry

Školy boli už v dávnoveku

Vieme, že Sumeri poznali koleso a klinové písmo už pred 5 000 rokmi. Ich číselná symbolika sa objavuje v písomných pamiatkach z Uruku (dnešný stredný Irak). Staroveká kultúrna Mezopotámia poznala desiatkovo – šesťdesiatkovú nepozičnú číselnú sústavu so zvláštnym znakom pre desiatkový i šesťdesiatkový rád. Boli nájdené hlinené tabuľky s textami, ktoré dosvedčujú existenciu školského systému pri chrámoch. Sumeri, Babylončania i Egypťania mali už 2 000 rokov pred n. l. pisárske školy, v ktorých sa pripravovali budúci zapisovači záznamov hospodárskych výsledkov, rozmerov pozemkov i výšky daní. Existujú vykopávky z mesta Mari, založenom Chammurabim na rozhraní 18. storočia pred n. l., ktoré potvrdzujú školskú miestnosť s kamennými lavicami a s veľkým množstvom tabuliek s klinovým písmom. Hlavnou náplňou v tejto škole asi bolo aj počítanie (sčitovanie, odčítavanie i hľadanie kvadrátov) a zostavovanie súpisov. Je teda možné tvrdiť, že mezopotámski, egyptskí, indickí i čínski pisári učili svojich synov riešiť aj matematické úlohy. Stavanie pyramíd v Egypte (2700 – 2400 pred n. l.) si ťažko dokážeme predstaviť bez astronomických znalostí (zameriavanie podľa svetových strán), geometrických zručností (vytýčenie pravého uhla, výpočtov výšok a sklonov). Viete, ako by v dávnoveku rozdelil Egypťan 7 chlebov medzi 8 ľudí? Štyri chleby by rozrezal na polovice, dva na štvrtiny a jeden na osminy. Potom by všetko spravodlivo rozdelil na osem rovnakých kôpok.

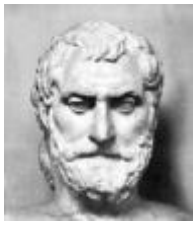
Prastarý magický štvorec

V Číne okolo roku 1100 pred naším letopočtom. tiež vedeli, že trojuholník so stranami 3, 4 a 5 je pravouhlý. Ale už v období okolo 2200 rokov pred n. l. uvádzala kniha taoizmu pod názvom *Kniha premien* číselnú schému magického štvorca (súčet cifier v riadkoch, stĺpcoch i po uhlopriečkach je rovnaký) vyrytú v pancieri korytnačky:

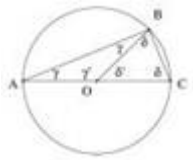
4 9 2
3 5 7
8 1 6

Základy čínskej matematiky sa tradujú v spise ***Matematika v deviatich knihách*** z obdobia vlády dynastie Chan (260 pred n. l. – 25 n. l.). V tomto diele starej čínskej matematickej literatúry sú zhrnuté poznatky z obdobia prvého tisícročia pred naším letopočtom. Je to akási encyklopédia vedomostí (zbierka 246 úloh) pre zememeračov, staviteľov, hospodárskych úradníkov, obchodníkov i remeselníkov. Tam sa po prvý raz v dejinách rozlišujú kladné a záporné čísla i uvádzajú pravidlá pre ich sčitovanie a odčítanie.

Iónsky Helén v základoch vzťahu k múdrosti

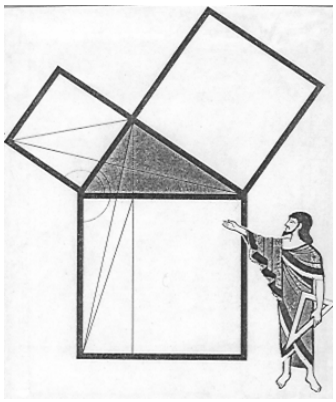


Patrí k najslávnejším zo „siedmych mudrcov“ starogréckeho sveta. **Táles z Milétu** (asi 624 – 547 pred n. l.), poslaním filozof, povolaním obchodník, geometer i astronóm. Po ňom je pomenovaná prvá všeobecná matematická poučka v dejinách vedy (*všetky obvodové uhly nad priemerom kružnice sú pravé*). Z egyptských základov rozvinul



ďalšie významné geometrické poznatky (o trojuholníku vpísanom do kruhu, o vlastnostiach podobných trojuholníkov). Vedel o periodicite zatmení Slnka i Mesiaca (predpovedal zatmenie Slnka na 28. 5. roku 585 pred n. l.), usúdil, že Zem je guľatá a koľko dní má rok. Skonštruoval diaľkomer na určovanie vzdialenosti lodí od brehu, zo zmeranej dĺžky tieňa určil výšku pyramíd. Vďaka poznatkom z meteorológie (nílske záplavy, úrodné roky) zbohatol, pretože včas skúpil lisy na ovocie a potom ich výhodne prenajímal). Aj keď osobne nič nenapísal, tradujú sa jeho výroky: *Čo je božské? To, čo nemá počiatok ani koniec... Najmúdrejší je čas, lebo objaví všetko... Ako žiť najlepšie a najspravodlivejšie? Nerobiť to, čo vyčítame iným.* Slávny občan milétsky sa asi ani neoženil, lebo raz tvrdil, že nie je na to ešte potrebný čas a po rokoch zasa prízvukoval, že už na to nie je vhodná doba.

Aj výchovné podnety z dávnej matematickej histórie



Táles (asi 624 – 547 pred n. l.): *Nerobme to, čo odsudzujeme u druhých... Neber od otca, čo je zlé... Smutná je nečinnosť, škodlivá nemiernosť, obťažná nevzdelanosť... Nebohatni nesprávnym spôsobom... Nestačí mať čisté ruky, treba mať ducha čistého... Najťažšia vec – poznať sám seba. Najľahšia vec – radiť druhým.*

Pytagoras (asi 570 – 496 pred n. l.): *Boh dal človeku dve ruky, aby ho neobťažoval s každou maličkosťou... Úlohou výchovy je prebudiť v človeku génia... Pravé a dokonalé priateľstvo znamená spojiť veľa vecí a tiel v jedno srdce a jediného ducha... Najkratšie odpovede – áno a nie – vyžadujú najdlhšie rozmýšľanie... Z každého polena Merkúra nevyrežeš... Rob veľké veci bez sľubov... Mlč, alebo povedz niečo, čo je lepšie ako mlčať.*

Dušan Jedinák

Obsah

Redakčná pošta ..... 2. strana obálky
Dušan Jedinák: Peter G. Lejeune Dirichlet – nezabudnuteľný nástupca C. F. Gaussa 1
Korešpondenčná súťaž v školskom roku 2010/2011 3
Zadania 1. série úloh korešpondenčnej súťaže 5
Martin Hriňák: Skôr než začnete písať svoje riešenia..... 7
Dušan Jedinák: Čriepky z histórie matematickej kultúry... 8
Zadania úloh 60. ročníka Matematickej olympiády..... vložená príloha

MATMIX – matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl, vydáva Ing. Mgr. Martin Hriňák a Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Bratislava 1, ako pomocnú literatúru pre predmetové komisie matematiky a pre žiakov so záujmom o matematiku.

Šéfredaktor: Ing. Mgr. Martin Hriňák
Redakcia: Dušan Jedinák, Bc. Katarína Škrovinová
Tlač a väzba: Eduard Rác
Vydavateľ: Ing. Mgr. Martin Hriňák
Adresa redakcie: P-MAT, n. o., Ing. Mgr. Martin Hriňák, P. O. BOX 2, 814 99 Bratislava 1
E-mail: matmix@matmix.sk
Webová stránka: http://www.matmix.sk
Registračné číslo MK SR: EV 2029/08
ISSN: 1336-7854
Náklad: 50 ks. Vychádza 3-krát ročne.

