Ročník: 19
Číslo: 1
Šk. rok: 2013/2014

Matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl



Hlavnou funkciou matematiky (ako každého pojmového myslenia) je dostať pod kontrolu obrovskú rozmanitosť jednotlivostí sveta.

Kurt Gödel

Redakčná pošta

Milí čitatelia,

práve začíname s vydávaním prvého čísla 19. ročníka časopisu. Aj tento rok sa nám podarilo uspieť so žiadosťou o dotáciu Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu SR na vydávanie periodickej tlače, a tak sme aj v tomto roku ostali pri pôvodnej výške predplatného. Vďaka tejto dotácii bude aj tento rok na našom webe prístupný kompletný archív čísel aktuálneho ročníka časopisu.

V tomto čísle časopisu sa v rámci zaujímavých článkov z histórie matematiky venujeme Omarovi Chajjámovi na prvej strane a Arabskému svetu s matematikou v 9. až 12. storočí na 9. strane. Dušan Jedinák nám pripravil aj výber zaujímavých myšlienok významných osobností, ktoré majú v tomto roku nejaké výročie, v rámci článku Matematicko-fyzikálny pozdrav.

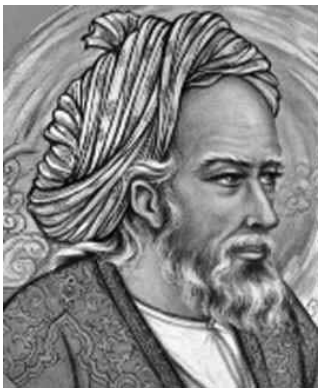
Svoje schopnosti si môžete overiť nielen na ľahších úlohách v článku Matematika na ZŠ – šikovne a s nadhľadom, ale aj na náročnejších úlohách 63. ročníka Matematickej olympiády v kategóriách Z5 – Z9 a C, B, A.

Prajem vám úspešný vstup do nového školského roka a veľa úspechov pri riešení úloh korešpondenčnej súťaže.

Martin Hriňák

Omar Chajjám – básnik, astronóm i matematik

Osobnosť iránskej kultúry



Na Slovensku vyšla v roku 2006 zaujímavá knižka s názvom *Túžba je vták, čo nie je v tvojej sieti*. Jej autorom je básnik **Omar Chajjám** (1048 – 1131), píšuci svoje štvorveršia perzsky. Jeho verše staré takmer tisíc rokov nás paradoxne harmonizujú aj dnes:

Z hľadania pravej cesty bolí ľudí hlava –
doprava zľava či doľava sprava?
Mám strach, že ozve sa raz ráno správa:
„Hlupáci! Ani jedna cesta nie je pravá!“

Spomínaný iránsky mysliteľ mal celé svoje meno **Giját ad-Din al-Fath Abu Umar bin Ibrahim Chajjám Níšábúrí**. Možno jeho sympatickou charakteristikou sú aj tieto verše:

Mám v jednej ruke korán, v druhej džbán,
raz na ten korán nedbám a raz dbám.
Pod klenbou z belasého mramoru
veriaci kacír – neveriaci musulman.

Málo poznatkov o jeho živote

Narodil sa pravdepodobne 18. mája 1048 vo východoiránskom meste Níšapúr. Tam bola za panovania Seldžukovcov ich rezidencia. Omar Chajjám získal základy všestranného vzdelania. Neskôr za svojho učiteľa považoval perzského filozofa, lekára a prírodovedca Avicennu (asi 980 – 1037). Dobročinnosť mecenášov ho priviedla k službe na panovníckom dvore s obrovskou ríšou rozprestierajúcou sa od Palestíny cez Malú Áziu až po čínsky Turkestán. Životné osudy zodpovedajúce svojej dobe ho poznačili v odpovediach na otázky nielen filozofické a etické (napísal *Pojednanie o bytí a povinnosti*), ale aj prírodovedné i náboženské:

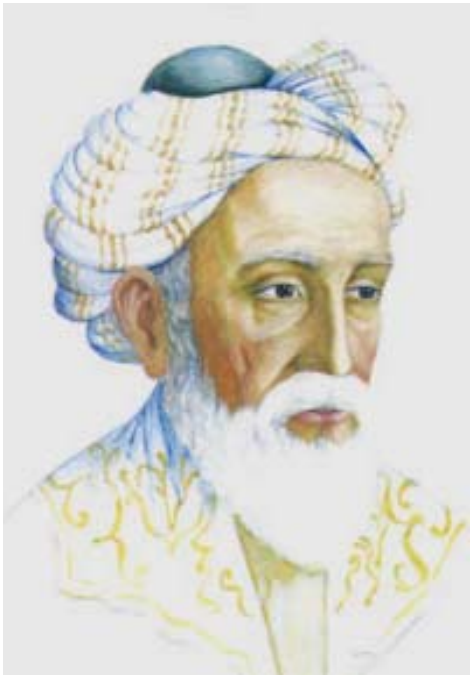
Od zeme ku hviezdam cesty môjho ducha vedú.
Všetky tajomstvá som prenechal pre moju vedu
a každý uzol záhad rozťali moje ruky šikovné,
len pre uzol smrti zmysel neprivedú.

Omar Chajjám zomrel v rodnom meste pravdepodobne 4. decembra 1131. Podľa tradície jeho posledné slová boli: *Ó bože! Ty vieš, že som sa snažil poznať ťa tak, ako som vedel. Zmiluj sa, lebo poznanie teba je pre mňa jedinou cestou k tebe.*

Príťažlivosť vesmíru

Myslenie naše nie je oáza, sú to tečúce vody, ktorých pramene sotva dovidíme. Chajjám sa zapojil do reformy iránskeho solárneho kalendára, ktorý však dlho nevydržal pri živote, lebo islamské náboženské dôvody premohli prírodovedné argumentácie. Od roku 1074 sa zúčastňoval budovania astronomického observatória a v tejto oblasti dosiahol pozoruhodné úspechy.

Matematické poznanie



Asi v roku 1074 napísal pojednanie *O dôkazoch úloh algebry* a v roku 1077 *Komentáre* k Euklidovým *Základom*. Teóriu o proporciách chápal v procese merania jednej veličiny druhou. Asi ovládal aj binomickú vetu pre prirodzené mocnitele. V algebre, vede o riešení rovníc, vyžadoval nielen numerické riešenia, ale aj geometrické konštrukcie týchto riešení. Vytušil, že rovnice tretieho stupňa sa všeobecne nedajú riešiť len pomocou kružidla a pravítka. *Možno, že niekto z tých, ktorí prídu po nás, sa to dozvie...* Omar Chajjám urobil klasifikáciu kvadratických a kubických rovníc, ponúkol geometrické konštrukcie koreňov a určenie počtu i podmienok existencie kladných riešení. Vo svojej práci uvádza konštrukciu koreňa binomickej rovnice tretieho stupňa (napr. $x^3 + a = bx$) pomocou dvoch parabol.

V *Komentároch* k Euklidovým *Základom* O. Chajjám vystupoval proti používaniu pohybu v geometrii. Študoval aj postulát o rovnobežkách so snahou nahradiť ho iným princípom. Mnohé ďalšie jeho geometrické postupy boli objavené až po vydaní tohto pojednania tlačou v Teheráne (1936).

Prejav kultúry

Omar Chajjám dozrel nielen na osobnosť literárnu, ale aj matematickú. Bol smutný z nedokonalosti a ohraničenosti ľudského života, ktorý je putovaním medzi vzdorom a pokorou, medzi poznaním a nevedomosťou. Vedel, že ľudský rozum túži myšlienkou obsiahnuť svet ako celok i podstatu tajomstva bytia. Spoznal v matematických postupoch cestu, ktorou sa antická i orientálna tradícia skĺbila

v islamskej matematike, aby postupne podnietili rozvoj európskej, v renesancii obrodenej, matematickej kultúry. Jeho ľudskosť, vznešenosť i poníženosť, sú aj v jeho veršoch:

Príchod a odchod, sme z toho plní zmätku,
to je kruh bez konca a bez začiatku;
o pravom zmysle vecí bez poznatku,
kmitáme tam i späť, neznajúc žiadnu skratku.

Čo človeku na tejto zemi viacej treba?
Mať strechu nad hlavou a na stole kus chleba.
Kút, kde ti nikto nepodlieha a ani nevládne –
a môžeš plesať, že si šťastie dostal z neba.

Dušan Jedinák

Matematicko-fyzikálny pozdrav 2013



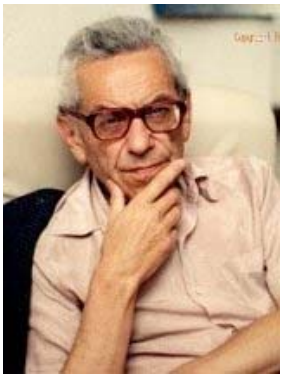
Ak existuje vôbec niečo ako tvorenie v matematike, potom to, čo akákoľvek veta robí, je, že práve obmedzuje slobodu tvorenia. Avšak to, čo obmedzuje, musí evidentne existovať nezávisle od tvorenia.
Hlavnou funkciou matematiky (ako každého pojmového myslenia) je dostať pod kontrolu obrovskú rozmanitosť jednotlivostí sveta.

Kurt GÖDEL (28. 4. 1906 – 14. 1. 1978)

Žiadny problém nevzrušoval ľudskú dušu tak hlboko ako problém nekonečna, nijaká myšlienka neobjavila taký silný a plodný vplyv na rozum ako idea nekonečna Ale z druhej strany, ani jeden pojem nepotrebuje v takej miere vysvetľovanie ako predstavy nekonečna... Všetko, čo vo všeobecnosti môže byť predmetom vedeckého myslenia, ak je dostatočne dozreté pre utvorenie teórie, sa podriadi axiomatickej metóde, a teda nepriamo i matematike. Celostný charakter matematiky podmieňuje vnútornú podstatu vedy: matematika je základom každej presnej prírodnej vedy.

David HILBERT (23. 1. 1862 – 14. 2. 1943)





Očakávam veľmi výrazný vplyv počítačov a ich výskumu na matematiku... Počítačom vďačí matematika za mnohé svoje naozaj užitočné aplikácie... Počítače výrazne pomáhajú matematike začleniť sa do širšie chápaného kultúrneho povedomia ľudí.

Všetko je trocha zložitejšie... niektoré veci nemôže namiesto času rozhodnúť nik... nič nám neostáva, iba byť trpezlivými.

Viem, že čísla sú krásne. A ak krásne nie sú, tak nie je krásne nič.

Paul ERDÖS (26. 3. 1913 – 20. 9. 1996)



Nemusíte dokazovať všetko, ale nesmiete nedokazovať nič. Nesmie sa stratiť fakt, že matematika je systém... Treba viesť žiakov tak, aby sa riadili heslom: Mnoho toho neviem, ale to, čo viem, viem dobre.

Eduard ČECH (29. 6. 1893 – 15. 3. 1960)



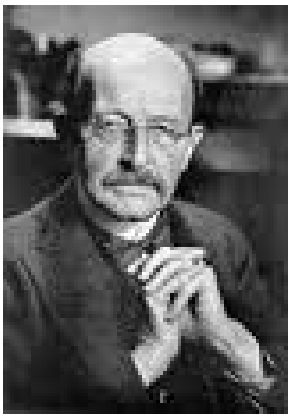
Myšlienka je čosi obdivuhodné a neporovnateľné vo svojej podstate... Myšlienka tvorí veľkosť človeka... Človek je zjavne stvorený pre to, aby myslel... Celá naša dôstojnosť spočíva v myslení. V ňom sa musíme vzopnúť, nielen v priestore a čase, ktoré nedokážeme naplniť. Usilujme sa teda, aby sme mysleli správne. V tom je princíp mravnosti.

Blaise PASCAL (19. 6. 1623 – 19. 8. 1662)



Omnoho viac ako o šírenie užitočných právd sa musíme usilovať o to, aby sa cvičením u ľudí rozvinula schopnosť úsudku... musíme ich naučiť samostatne rozpoznávať nesprávne úsudky.

Bernard BOLZANO (5. 10. 1781 – 18. 12. 1848)



Vonkajší svet, voči ktorému sme postavení, je čímsi od nás nezávislým, absolútnym. Hľadať zákony, ktoré platia pre toto absolútno, sa mi javilo ako najkrajšie vedecké životné poslanie... Ten, komu je dopriate spolupracovať na budovaní exaktnej vedy, nájde svoje uspokojenie a vnútorné šťastie vo vedomí, že vyskúmal, čo sa vyskúmať dalo, a v tichosti uctieval to, čo sa vyskúmať nedá.

Max PLANCK (23. 4. 1858 – 4. 10. 1947)

Vybral a zostavil D. Jedinák

Korešpondenčná súťaž v školskom roku 2013/2014

Redakcia časopisu MATMIX vyhlasuje v tomto školskom roku korešpondenčnú súťaž pre žiakov základných a stredných škôl. Zapojiť sa do nej môžu všetci, ktorí majú záujem o matematiku a sú ochotní venovať niekoľko minút riešeniu úloh. V školskom roku 2013/2014 bude mať korešpondenčná súťaž dve série. Zadania úloh budú uverejnené v číslach 1 a 2, riešenia úloh v číslach 2 a 3. Výsledky korešpondenčnej súťaže budú priebežne zverejňované aj na internete na našej webovej stránke *www.matmix.sk*.

Žiakom druhého stupňa základnej školy a žiakom 1. až 4. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória Z a sú pre nich určené úlohy č. 1 až 4. Prvákom stredných škôl a žiakom 5. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória C s úlohami 3 až 6. Druhákom stredných škôl a žiakom 6. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória B s úlohami 5 až 8. Tretiakom a štvrtákom stredných škôl a žiakom 7. a 8. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória A s úlohami 7 až 10. Žiakom, ktorí majú záujem o náročnejšie úlohy, je určená kategória π. Pre túto kategóriu sú v každej sérii určené úlohy 11 až 14. V prípade, že máte nejasnosti v zadaní alebo máte iné otázky, môžete svoje pripomienky adresovať na e-mailovú adresu hrinak@matmix.sk.

Prihlášku do korešpondenčnej súťaže nám pošlite spolu s prvou sériou vašich riešení. Uveďte na nej svoje meno, priezvisko, školu, triedu, vek, súťažnú kategóriu a e-mailovú adresu. Ak chcete dostávať svoje opravené riešenia s komentármi späť domov, napíšte nám to v prihláške a zašlite nám dve známky v hodnote 0,8 € (podľa platného cenníka Slovenskej pošty, pričom riešenia môžeme zasielať aj viacerým riešiteľom na jednu adresu). Zaslaním svojich riešení na našu adresu nám udeľujete súhlas na spracovanie zaslaných osobných údajov v zmysle § 7 zákona č. 428/2002 Z. z. o ochrane osobných údajov v platnom znení na spracúvanie týchto osobných údajov za účelom evidencie súťažiacich v korešpondenčnej súťaži časopisu MATMIX a pri jej vyhodnocovaní, za účelom vykonávania marketingových činností, napr. zasielania informačných mailov. Súčasne súhlasíte s využitím svojej e-mailovej adresy za účelom doručovania informácií a so zverejnením nasledujúcich údajov vo výsledkovej listine: meno, priezvisko, ročník, počet bodov, umiestnenie, škola. Súhlas sa poskytuje na dobu neurčitú a môže byť kedykoľvek odvolaný prostredníctvom písomného oznámenia o odvolaní doručeného do redakcie. Zároveň potvrdzujete, že ste boli riadne poučení o existencii práv dotknutej osoby uvedených v § 20 Zákona.

Upozorňujeme vás, aby ste riešenia písali **čitateľne** na papiere **formátu A4** (kancelársky papier) a na každé riešenie napísali **hlavičku** – svoje **meno, školu a číslo úlohy**. V prípade, že sa riešenie jednej úlohy nachádza na viacerých pa-

pieroch, zopnite ich. Na jednom papieri nemôžu byť napísané riešenia viacerých úloh. **Hodnotiť budeme len také riešenia, ktoré budú spĺňať tieto kritériá.**

Do súťaže sa môžete zapojiť aj v druhej sérii. Podmienkou zaradenia do súťaže je aj v takomto prípade zaslanie prihlášky spolu s riešeniami, ktoré vypracujete.

Riešenia súťažných úloh vypracujte sami! V prípade, že zistíme, že nejaká skupina navzájom odpisovala, **každý** jej člen dostane za danú úlohu 0 bodov, aj keby bolo riešenie správne. Plný počet bodov (5) patrí len úplnému riešeniu. Preto treba zdôvodniť všetky tvrdenia, ktoré v riešení použijete. V prípade, že použijete vetu alebo tvrdenie, ktoré nie je všeobecne známe, uveďte aj literatúru, kde sa nachádza jeho dôkaz. Uvedenie iba výsledku nie je postačujúce. Ak niektorá úloha nemá riešenie, treba ukázať, prečo ho nemá.

Riešenia každej série zasielajte do uvedeného termínu – rozhoduje pečiatka na obálke (nezabudnite na pekné známky) Ak pošlete riešenia po tomto termíne, strhneme vám za každý deň omeškania jeden bod (pod 0 bodov však klesnúť nemôžete). Svoje riešenia píšte v slovenskom jazyku. Riešenia zasielajte na adresu:

Ing. Mgr. Martin Hriňák
MATMIX
Bratislavská 716/2
900 46 Most pri Bratislave

V prípade, že nebudete spokojní s ohodnotením vášho riešenia, môžete nám poslať reklamáciu spolu s vaším riešením, odôvodnením a požadovaným počtom bodov. Vaše riešenie si ešte raz prezrieme a oznámime vám výsledok.

Veľa zážitkov a krásnych chvíľ pri riešení súťažných úloh vám praje redakcia časopisu MATMIX.

Prihláška do korešpondenčnej súťaže časopisu MATMIX

Priezvisko: ..... Meno: .....

Kategória: ..... Trieda: .....

Škola: .....

E-mail: .....

Podpis: .....

Skôr než začnete písať svoje riešenia

Vzhľadom na skúsenosti z minulých rokov sme sa rozhodli uverejniť zopár rád, ktoré vám môžu pomôcť pri písaní vášho riešenia, presnejšie, akých chýb sa máte vyvarovať.

Mnohí z vás používajú pri dokazovaní rovnosti dvoch čísel kalkulačku. Takéto riešenia nikdy nebudú hodnotené ako správne z jednoduchého dôvodu – kalkulačky majú len obmedzenú presnosť, a ak vám vyjde na kalkulačke, že sa dve čísla rovnajú, neznamená to nutne, že sa rovnajú aj v skutočnosti. Možno sa líšia už na prvom nezobrazovanom desatinnom mieste. Kalkulačku teda nemôžete používať na dokazovanie rovností. V prípade dokazovania nerovností ju však už môžete využiť v rozumnej miere – teda pri zisťovaní rozdielov na prvých dvoch – troch desatinných miestach. Napríklad na skonštatovanie, že $\pi^2 < 10$.

K riešeniam pomocou počítača: Je veľa úloh, v ktorých treba vyskúšať veľmi veľa možností, ak človek nenájde šikovnú skratku, ktorá mu počet týchto možností zníži. Preto napríklad riešenie typu „vyskúšame všetky možnosti“ nebude hodnotené ako správne. A to aj v prípade, že by ste v riešení uviedli úvahy o tom, že možností je len konečne veľa a podobne. V prípade, že chcete, aby ste za takéto riešenie získali nenulový počet bodov, musíte všetky možnosti vypísať, aby ste zistili, že to nie je tá správna cesta.

Taktiež si treba uvedomiť, že ak vypíšete niekoľko možností a pri nich dokážete, že tvrdenie platí, nie je to dôkaz tvrdenia vo všeobecnosti.

V prípade, ak máte dokázať nejaké tvrdenie a postupujete spôsobom, že predpokladáte platnosť tohto tvrdenia a dospejete k pravdivému tvrdeniu, tak ste nedokázali vôbec nič. Uvedieme príklad: Predpokladajme, že $1 = 2$. Vynásobením oboch strán rovnosti nulou dostávame pravdivé tvrdenie $0 = 0$. Môžeme teraz tvrdiť, že sme dokázali platnosť tvrdenia $1 = 2$? Sami vidíte, že sme nič nedokázali... Ak však používame ekvivalentné úpravy, už je to iné. Ale to treba spomenúť.

Pri písaní svojich riešení dávajte pozor aj na označenie, aby bolo jasné, čo čo znamená. Pri nesprávnom označení môžete stratiť body, aj keď je riešenie v princípe správne. Ďalej treba dávať pozor aj na to, aby ste na dvoch rôznych miestach neoznačili jedným označením dve rôzne skutočnosti.

Na záver vám odporúčame, aby ste si svoje riešenia nakoniec vždy ešte raz prečítali. Možno sami zistíte, že tomu, čo ste napísali, nerozumiete ani vy sami, lebo opravovatelia nemajú telepatické schopnosti.

Martin Hriňák

Zadania 1. série úloh korešpondenčnej súťaže

1. Janko, Anička a Peter sú súrodenci. V tomto roku má Anička dvakrát toľko rokov ako Janko. O tri roky bude mať Janko polovicu Petrovho veku a pred tromi rokmi mal Peter dvakrát toľko rokov ako Anička. Určte vek každého z nich.

2. V košíku sú len dubáky a muchotrávky – spolu 30 húb. Keď vytiahneme ľubovoľných 12 húb z košíka, bude medzi nimi určite aspoň jeden dubák. Keď vytiahneme ľubovoľných 20 húb z košíka, bude medzi nimi určite aspoň jedna muchotrávka. Koľko je v košíku dubákov a koľko muchotrávok?

3. Nájdite dve päťciferné čísla, ktorých súčet dáva 123 456, pričom požadujeme, aby jeden zo sčítancov mal tri cifry rovnaké a aby sa medzi použitými ciframi nevyskytovala jednotka.

4. Pri otváraní športových hier nastupovali vlajkonosiči s vlajkami jednotlivých štátov. Pri prvej oslavnej salve nastúpila prvá skupina vlajkonosičov. Pri druhej salve nastúpili ďalší vlajkonosiči a zaradili sa tak, že medzi každých dvoch vlajkonosičov na štadióne sa postavil ďalší vlajkonosič. Pri ďalšej salve znova medzi každú dvojicu vlajkonosičov pristúpil ďalší. Po tretej salve stálo na ploche štadióna 113 vlajkonosičov. Koľko vlajkonosičov nastúpilo pri prvej salve?

5. Kam treba dať vo výraze 5 000 – 4 999 + 4 998 – ... + 4 – 3 + 2 – 1) ľavú zátvorku, aby vyšiel výsledok 2013?

6. Dvojciferné číslo nazývame „súčtosúčinové“, ak preň platí, že súčet jeho číslic so súčinom jeho číslic sa rovná tomuto číslu (napr. $39 = 3 + 9 + 3 \cdot 9$). Určte súčet všetkých súčtosúčinových čísel.

7. Dokážte, že z ľubovoľnej sedmice prirodzených čísel dokážeme vybrať dve také, ktorých súčet alebo rozdiel bude deliteľný desiatimi.

8. Predpokladajme, že každý bod roviny je ofarbený jednou z dvoch farieb. Dokážte, že potom pre jednu z týchto dvoch farieb platí, že pre každé kladné reálne číslo existuje dvojica bodov ofarbených touto farbou, ktorých vzdialenosť sa rovná tomuto číslu.

9. Dokážte, že číslo $2^{1092} - 1$ je deliteľné číslom 1093^2.

10. Nájdite všetky prirodzené čísla *m*, *n*, ktoré sú riešeniami rovnice $2^m - 3^n = 7$.

11. Zistite, či existuje množina 4 024 takých prirodzených čísel, že súčet čísel ľubovoľnej 2 013-prvkovej podmnožiny tejto množiny nie je deliteľný číslom 2 013.

12. Nech *a*, *b*, *c* sú kladné reálne čísla, ktorých súčin nie je väčší ako ich súčet. Dokážte, že potom platí nerovnosť

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq \sqrt{3}abc.$$

13. Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je definovaná predpisom $a_{n+1} = 3a_n - a_{n-1}$, pričom $a_1 = 20$, $a_2 = 30$. Nájdite všetky prirodzené čísla *n*, pre ktoré je $5a_{n+1}a_n + 1$ druhou mocninou celého čísla.

14. Dokážte, že pre všetky prirodzené čísla *n* platí nasledujúca nerovnosť:

$$\left(2n^2 + 3n + 1\right)^n \geq 6^n \cdot \left(n!\right)^2$$

Termín odoslania riešení úloh 1. série: do 29. 11. 2013

Riešenia zasielajte na adresu:

Ing. Mgr. Martin Hriňák
MATMIX
Bratislavská 716/2
900 46 Most pri Bratislave

Čriepky z histórie matematickej kultúry

Arabský svet s matematikou (9. – 12. storočie)



Od 7. storočia sa začala rozvíjať arabská ríša. Pod nadvládu Arabov sa dostala Alexandria (630), Sýria aj Irán (637), Egypt (642), časť Pyrenejského polostrova (711), Sicília (polovica 9. storočia). Arabskí obchodníci navštevovali Indiu, Čínu, Byzanciu i Rusko. V deviatom storočí sa posunul záujem o matematiku z Alexandrie do novozaloženého (762) Bagdadu (mesto Mieru, Madinat al Salam). Okolo roku 820 tam vzniklo stredisko poznávania i vzdelávania **Dom múdrosti**. Sústredili sa v ňom myslitelia s encyklopedickými záujmami (prírodné vedy, filozofia, medicína, matematika).

Arabskí učenci prekladali texty gréckych matematikov, prijímali informácie z indického i čínskeho prostredia. Matematici islamského sveta podnietili rozvoj algebry, kombinatoriky i trigonometrie. Bagdadská matematická škola aktívne pracovala asi 200 rokov. Jedným zo správcov Domu múdrosti bol **Džafar Mohamed ibn Músa al-Chvárizmí** (okolo 780 – 850), ktorý vyložil indický početný systém, rozvinul náuku o riešení lineárnych a kvadratických rovníc, zostavil sínusovú tabuľku, počítal kalendár. To všetko preto, „*aby sa temné osvetlilo a zložité sa stalo jednoduchým*“. **Abú-Kámil** (asi 850 – 930) riešil sústavy neurčitých lineárnych rovníc s viacerými neznámymi, prispel k rozvoju algebry. **Abú Nasr al-Fárábí** (asi 870 – 950) prijímal genézu matematických pojmov prostredníctvom abstrakcie z vlastností reálnych predmetov. Napísal spis *Kniha o dôvtipných postupoch a záhadách prírody s prihliadnutím na jemnosť geometrických figúr*. **Abú-Vafá** (940 – 998) vypočítaval plochy rovinných útvarov, podnietil vznik trigonometrie, odvodil sínusovú vetu pre sférické trojuholníky, používal záporné čísla. Napísal praktické spisy *Kniha o tom, čo potrebujú pisári a kupci z aritmetiky*, *Kniha o tom, čo potrebuje remeselník z geometrických konštrukcií***. Omar Chajjám** (asi 1048 – 1131), básnik, astronóm a matematik, stál pri zrode pojmu mnohočlen, aplikoval euklidovské delenie na mnohočleny, skúmal kubické rovnice, pokúsil sa dokázať piaty Euklidov postulát. Arabské matematické poznatky sa stali pevnou súčasťou stredovekého myslenia.

Dušan Jedinák

Matematika na ZŠ – šikovne a s nadhľadom

Ponúkané zadania sú ukážkou úloh na úrovni súťaže Pytagoriáda, v ktorej žiaci základných škôl uplatňujú efektívne postupy výpočtov, aby za ušetrený čas získali kladné body k bodom za správne vyriešenie úloh. Skúste si aspoň niektoré z nich preriešiť a porovnať so správnymi výsledkami.

1. Stanovte ciferný súčet súčtu $10^{2013} + 2013$.

2. Nech je dnes pondelok. Aký deň bude o 100 dní?

3. Stanovte číslicu, ktorou končí dekadický zápis súčinu $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2011 \cdot 2012 \cdot 2013$.

4. Stanovte, o koľko je pätina štvrtiny väčšia ako devätina osminy.

5. Tri a štvrť chleba stojí 7,8 eura. Koľko eur stojí dva a pol takého chleba?

6. Aritmetický priemer piatich čísel je 20. Koľko je ich súčet?

7. Stanovte, o koľko percent treba zväčšiť jednu štvrtinu, aby sme dostali jednu polovicu.

8. V trojuholníku *KLM* označme stredy strán *X*, *Y*, *Z*. Napíšte, v akom pomere je obvod trojuholníka *KLM* a obvod trojuholníka *XYZ*.

9. Koľko je nepárnych prirodzených čísel väčších ako 100 a zároveň menších ako 1000, ktoré majú v dekadickom zápise len rovnaké číslice?

10. Vypočítajte súčet všetkých vnútorných uhlov pravidelného 20-uholníka.

11. Stanovte, o koľko percent sa zväčší obsah obdĺžnika, ak každú jeho stranu zväčšíme o 20 %.

12. Nájdite najväčšie štvorciferné číslo, ktoré má ciferný súčin 420.

13. Napíšte ciferný súčet čísla 456745674567..., ktoré má 102 cifier.

14. Vypočítajte, koľko sudov vyrobia siedmi robotníci za päť dní, ak viete, že traja robotníci vyrobia priemerne za tri dni deväť sudov.

15. Stanovte, koľko rôznych prvočíselných deliteľov má číslo 72.

16. Barbore trvá cesta medzi kuchyňou a telocvičňou 30 minút. Adamovi tá istá cesta trvá 20 minút. O koľko minút dobehne Adam Barboru, ak vyšiel na cestu z kuchyne do telocvične o 5 minút neskôr ako Barbora?

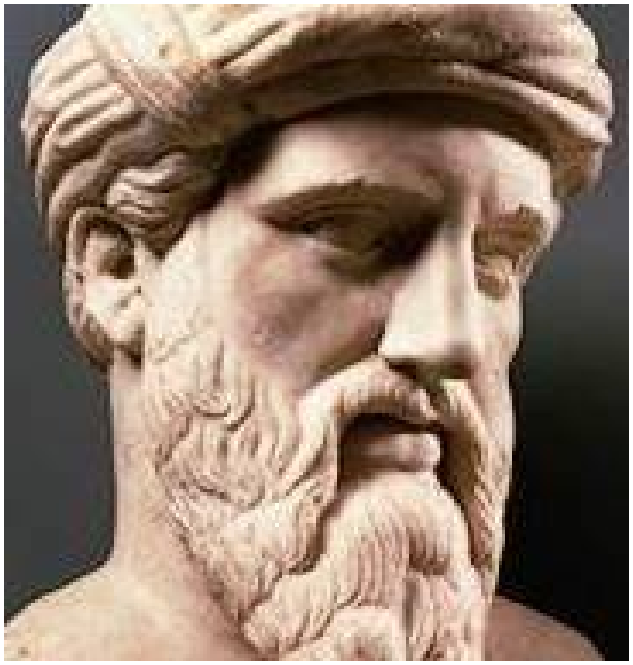
17. Vypočítajte súčet všetkých deliteľov čísla 42.

18. Stanovte dĺžku základne rovnoramenného trojuholníka, ak dĺžka ramena k dĺžke základne je v pomere 5:8 a obvod tohto trojuholníka je 36.

19. Stanovte, koľko je takých trojciferných prirodzených čísel, v ktorých dekadickom zápise sa vyskytuje aspoň raz číslica nula.

20. Na bicykli som išiel do kopca rýchlosťou 18 km/hod, dole kopcom rýchlosťou 30 km/hod. Akú som mal priemernú rýchlosť (v km/hod) na celej trase (hore a dolu týmto kopcom)?

21. Stanovte, akou číslicou končí dekadický zápis čísla 2013^{2013}.



Pytagoras (asi 570 – 496 pred n. l.) sám nič nezapísal zo svojej teórie. Myšlienky šírili jeho žiaci. Ukazovali správne myslenie ako cnosť a odhaľovali túžbu poznávať podstatu vecí a javov. Pytagorovo meno zostane natrvalo zapísané do základov matematickej kultúry civilizovaného ľudstva. Zapamätajte si aj jeho postrehy:

- *Najkratšie odpovede – áno a nie – vyžadujú najdlhšie rozmýšľanie*.
- *Mlč, alebo povedz niečo, čo je lepšie ako mlčať*.
- *Boh dal človeku dve ruky, aby ho neobťažoval s každou maličkosťou*.

Správne odpovede:

1. 7
2. streda
3. 0
4. 13/360
5. 6
6. 100
7. 100
8. 2:1
9. 5
10. 3 240°
11. 44
12. 7 652
13. 559
14. 35
15. 2
16. 10
17. 96
18. 16
19. 171
20. 22,5
21. 3

Dušan Jedinák

Zadania úloh domáceho kola 63. ročníka Matematickej olympiády

Kategória Z5

Z5 – I – 1

Medzi dvoma tyčami je napnutá šnúra dlhá 3,8 m, na ktorú chce mamička zavesiť vypraté vreckovky. Všetky vreckovky majú tvar štvorca so stranou 40 cm. Na šnúre však už visia dve vreckovky rovnakého tvaru od susedky a tie chce mamička nechať na svojich miestach. Pritom ľavý roh jednej z týchto vreckoviek je 60 cm od ľavej tyče a ľavý roh tej druhej je 1,3 m od pravej tyče. Koľko najviac vreckoviek môže mamička na šnúru zavesiť? Vreckovky sa vešajú natiahnuté za dva susedné rohy tak, aby sa žiadne dve neprekrývali. (Martin Mach)

Z5 – I – 2

Vojto má dve rovnaké sklíčka tvaru rovnostranného trojuholníka, ktoré sa líšia iba svojou farbou – jedno je červené, druhé modré. Keď sa sklíčka položia cez seba, vznikne útvar fialovej farby. Uveďte príklad prekrývania sklíčok, pri ktorom mohol Vojto dostať:

1. fialový trojuholník,
2. fialový štvoruholník,
3. fialový päťuholník,
4. fialový šesťuholník.

(Erika Novotná)

Z5 – I – 3

Palindróm je také číslo, ktoré je rovnaké, či už ho čítame spredu alebo zozadu. (Napr. číslo 1881 je palindróm.) Nájdite taký dvojciferný a trojciferný palindróm, aby ich súčet bol štvorciferný palindróm. (Marta Volfová)

Z5 – I – 4

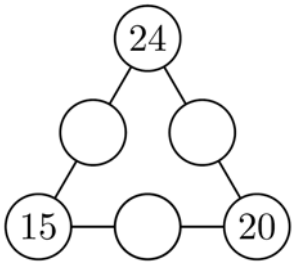
Eve sa páčia čísla deliteľné šiestimi, Zdenke čísla obsahujúce aspoň jednu šestku a Jane čísla, ktorých ciferný súčet je 6.

1. Ktoré dvojciferné čísla sa páčia všetkým trom dievčatám?
2. Ktoré dvojciferné čísla sa páčia práve dvom dievčatám?

(Michaela Petrová)

Z5 – I – 5

Doplňte do prázdnych krúžkov na obrázku prirodzené čísla tak, aby súčet čísel na každej strane trojuholníka bol rovnaký a aby súčet všetkých šiestich čísel bol 100. (Libor Šimůnek)



Z5 – I – 6

Recepčná v hoteli si vykladala karty a dostala nasledujúcu postupnosť:

5, 9, 2, 7, 3, 6, 8, 4.

Presunula dve susedné karty na iné miesto tak, že táto dvojica opäť susedila, a to v rovnakom poradí. Tento krok urobila celkom trikrát, kým neboli karty usporiadané vzostupne podľa svojej hodnoty. Zistite, ako recepčná postupovala. (Libuše Hozová)

Kategória Z6

Z6 – I – 1

V továrni na výrobu plyšových hračiek majú dva stroje. Prvý vyrobí štyroch zajacov za rovnaký čas, za ktorý vyrobí druhý päť medveďov. Aby bolo ich ovládanie jednoduchšie, oba stroje sa spúšťajú a vypínajú naraz spoločným vypínačom. Navyše sú

stroje nastavené tak, že prvý po spustení najskôr vyrobí troch ružových zajacov, potom jedného modrého, potom zasa troch ružových atď. Druhý po spustení najskôr vyrobí štyroch modrých medveďov, potom jedného ružového, potom opäť štyroch modrých atď. Po istom čase bolo na týchto dvoch strojoch vyrobených celkom 220 modrých hračiek. Koľko bolo vtedy vyrobených ružových zajacov? (Michaela Petrová)

Z6 – I – 2

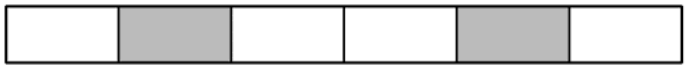
Juro, Mišo, Peter, Filip a Samo skákali do diaľky. Samo skočil 135 cm, Peter skočil o 4 cm viac ako Juro, Juro o 6 cm menej ako Mišo a Mišo o 7 cm menej ako Filip. Navyše Filipov skok bol presne v polovici medzi Petrovým a Samovým. Zistite, koľko cm skočili jednotliví chlapci. (Monika Dillingerová)

Z6 – I – 3

Koľko musíme napísať cifier, ak chceme vypísať všetky prirodzené čísla od 1 do 2013? (Marta Volfová)

Z6 – I – 4

Správne vyplnená tabuľka na obrázku má obsahovať šesť prirodzených čísel, pričom v každom sivom políčku má byť súčet čísel z dvoch bielych políčok, ktoré s ním susedia.

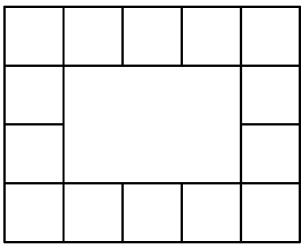


Určte čísla správne vyplnenej tabuľky, ak viete, že súčet prvých dvoch čísel zľava je 33, súčet prvých dvoch čísel sprava je 28 a súčet všetkých šiestich čísel je 64. (Libor Šimůnek)

Z6 – I – 5

Adam dostal od deda drevené kocky. Všetky boli rovnaké a mali hranu dlhú 4 cm. Rozhodol sa, že z nich bude stavať komíny, a to také:

- aby boli použité všetky kocky,
- aby komín pri pohľade zhora vyzeral ako „dutý obdĺžnik“ alebo „dutý štvorec“ ohraničený jedným radom kociek (podobne ako na obrázku),
- aby ani v najvyššej vrstve žiadna kocka nechýbala.



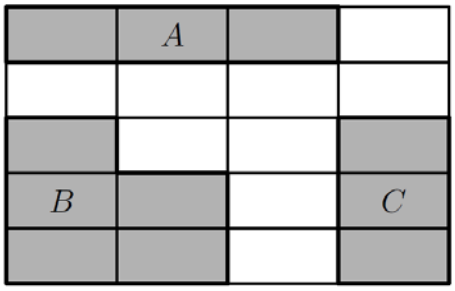
Adam zistil, že komín vysoký 16 cm, 20 cm aj 24 cm sa podľa týchto pravidiel určite dá z jeho kociek postaviť.

1. Aký najmenší počet kociek mohol Adam dostať od deda?
2. Aký vysoký je najvyšší komín, ktorý môže Adam s týmto najmenším počtom kociek postaviť podľa uvedených pravidiel?

(Michaela Petrová)

Z6 – I – 6

Na obrázku je sieť zložená z 20 zhodných obdĺžnikov, do ktorej sme zakreslili tri útvary a vyfarbili ich. Obdĺžnik označený písmenom *A* a šesťuholník označený písmenom *B* majú zhodné obvody, a to 56 cm. Vypočítajte obvod tretieho útvaru označeného písmenom *C*. (Libor Šimůnek)



Kategória Z7

Z7 – I – 1

Na lavičke v parku sedia vedľa seba Anička, Barborka, Cilka, Dominik a Edo. Anička má 4 roky, Edo má 10 rokov, súčin vekov Aničky, Barborky a Cilky je 140, súčin vekov Barborky, Cilky a Dominika je 280 a súčin vekov Cilky, Dominika a Eda je 560. Koľko rokov má Cilka? (Libuše Hozová)

Z7 – I – 2

K starej mame prišli na prázdniny vnuci – päť rôzne starých bratov. Stará mama im povedala, že pre nich má celkom 60 € ako vreckové, ktoré si majú rozdeliť tak, aby:

- najstarší dostal najviac,
- každý mladší dostal o určitú čiastku menej ako jeho starší vekom najbližší súrodenec,
- táto čiastka bola stále rovnaká,
- najmladší dostal sumu, ktorá sa dá vyplatiť v jednoeurovkách a ktorá nie je menšia ako 5 €, ale nie je väčšia ako 8 €.

Určte všetky možnosti, ako si mohli vnuci vreckové rozdeliť. (Marta Volfová)

Z7 – I – 3

Juro, Mišo, Peter, Filip a Samo skákali do diaľky. Samo skočil 135 cm, Peter skočil o 4 cm viac ako Juro a Mišo o 7 cm menej ako Filip. Navyše Filipov skok bol presne v polovici medzi tým Petrovým a Samovým a najkratší skok meral 127 cm. Zistite, koľko cm skočili jednotliví chlapci. (Monika Dillingerová)

Z7 – I – 4

V hostinci U troch prasiatok obsluhujú Pašík, Rašík a Sašík. Pašík je nečestný, takže každému hosťovi pripočíta k celkovej cene 6 grajciarov. Rašík je poctivec, každému vyúčtuje presne to, čo zjedol a vypil. Sašík je dobrák, takže každému hosťovi dá zľavu z celkovej ceny vo výške 20 %. Prasiatka sa na seba tak podobajú, že žiadny hosť nepozná, ktoré práve obsluhuje. Koza Lujza zašla v pondelok, v utorok aj v stredu do tohto hostinca na čučoriedkovú buchtu. Napriek tomu, že vedela, že

v pondelok bol Rašík chorý a neobsluhoval, utratila za svoju pondelkovú, utorkovú aj stredajšiu buchtu dokopy rovnako, ako keby ju vždy obsluhoval Rašík. Koľko grajciarov účtuje Rašík za jednu čučoriedkovú buchtu? Nájdite všetky možnosti. (Ceny uvádzané v jedálnom lístku sa v tieto dni nemenili.) (Michaela Petrová)

Z7 – I – 5

Mamička delí čokoládu, ktorá má 6 x 4 rovnakých dielikov, svojim trom deťom. Ako môže mamička čokoládu rozdeliť na práve tri časti s rovnakým obsahom tak, aby jeden útvar bol trojuholník, jeden štvoruholník a jeden päťuholník? (Erika Novotná)

Z7 – I – 6

Keď Cézar stojí na psej búde a Dunčo na zemi, je Cézar o 70 cm vyšší ako Dunčo. Keď Dunčo stojí na psej búde a Cézar na zemi, je Dunčo o 90 cm vyšší ako Cézar. Aká vysoká je psia búda? (Libuše Hozová)

Kategória Z8

Z8 – I – 1

Po okružnej linke v meste ide električka, v ktorej je 300 cestujúcich. Na každej zastávke sa odohrá jedna z nasledujúcich situácií:

- ak je v električke aspoň 7 cestujúcich, tak ich 7 vystúpi,
- ak je v električke menej ako 7 cestujúcich, tak 5 nových cestujúcich pristúpi.

Vysvetlite, prečo v istom okamihu v električke neostane žiadny cestujúci. Potom zistite, koľko by malo byť na začiatku v električke cestujúcich, aby sa električka nikdy nevyprázdnila. (Ján Mazák)

Z8 – I – 2

Mamička delí čokoládu, ktorá má 6 x 4 rovnakých dielikov, svojim štyrom deťom. Ako môže mamička čokoládu rozdeliť na práve štyri časti s rovnakým obsahom tak, aby jeden útvar bol trojuholník, jeden štvoruholník, jeden päťuholník a jeden šesťuholník? (Erika Novotná)

Z8 – I – 3

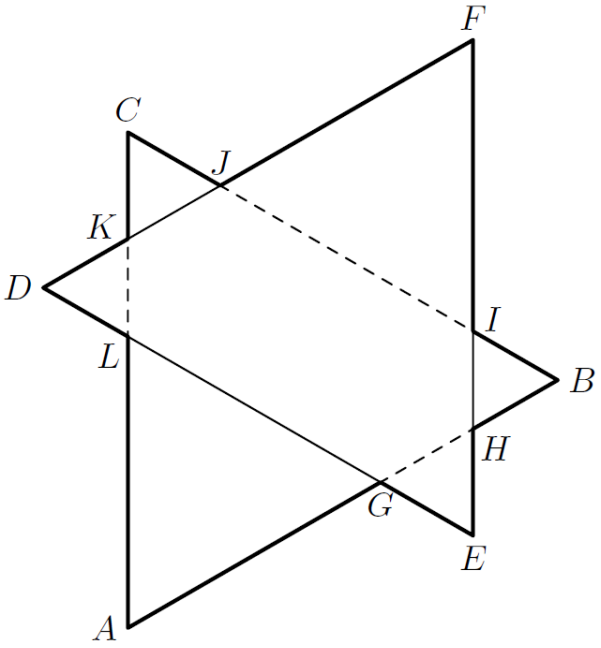
Zmeňte v každom z troch čísel jednu cifru tak, aby bol príklad na odčítanie bez chyby:

$$\begin{array}{r} 724 \\ -307 \\ \hline 188 \end{array}$$

Nájdite všetky riešenia. (Michaela Petrová)

Z8 – I – 4

Trojuholníky *ABC* a *DEF* sú rovnostranné s dĺžkou strany 5 cm. Tieto trojuholníky sú položené cez seba tak, aby strany jedného trojuholníka boli rovnobežné so stranami druhého a aby prienikom týchto dvoch trojuholníkov bol šesťuholník (na obrázku označený ako *GHIJKL*). Je možné určiť obvod dvanásťuholníka *AGEHBIFJCKDL* bez toho, aby sme poznali presnejšie informácie o polohe trojuholníkov? Ak áno, spočítajte ho; ak nie, vysvetlite prečo. (Eva Patáková)



Z8 – I – 5

Zákazník privážajúci odpad do zberných surovín je povinný zastaviť naloženým autom na váhe a po vykládke odpadu znova. Rozdiel nameraných hmotností tak zodpovedá privezenému odpadu. Pat a Mat spravili chybu. Pri vážení naloženého auta sa na váhu priplietol Pat a pri vážení vyloženého auta sa tam namiesto Pata ocitol Mat. Vedúci zberných surovín si tak zaznamenal rozdiel 332 kg. Následne sa na prázdnu váhu postavili spolu vedúci a Pat, potom samotný Mat a váha ukázala rozdiel 86 kg. Ďalej sa spolu zvážili vedúci a Mat, potom samotný Pat a váha ukázala rozdiel 64 kg. Koľko v skutočnosti vážil privezený odpad? (Libor Šimůnek)

Z8 – I – 6

V dome máme medzi dvoma poschodiami dve rôzne schodiská. Na každom z týchto schodísk sú všetky schody rovnako vysoké. Jedno zo schodísk má každý schod vysoký 10 cm, druhé má o 11 schodov menej ako to prvé. Behom dňa som išiel päťkrát nahor a päťkrát nadol, pričom som si medzi týmito dvoma schodiskami vyberal náhodne. Celkom som na každom zo schodísk zdolal rovnaký počet schodov. Aký je výškový rozdiel medzi poschodiami? (Martin Mach)

Kategória Z9

Z9 – I – 1

Peter si myslí dvojciferné číslo. Keď toto číslo napíše dvakrát za sebou, vznikne štvorciferné číslo deliteľné deviatimi. Keď to isté číslo napíše trikrát za sebou, vznikne šesťciferné číslo deliteľné ôsmimi. Zistite, aké číslo si môže Peter myslieť. (Erika Novotná)

Z9 – I – 2

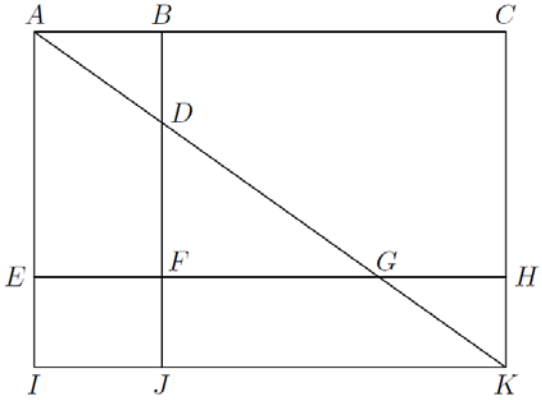
Daný je rovnoramenný lichobežník s dĺžkami strán $|AB| = 31\,\text{cm}$, $|BC| = 26\,\text{cm}$, $|CD| = 11\,\text{cm}$. Na strane AB je bod E určený pomerom vzdialeností $|AE| : |EB| = 3 : 28$. Vypočítajte obvod trojuholníka CDE. (Lenka Dedková)

Z9 – I – 3

Podlahu tvaru obdĺžnika so stranami 360 cm a 540 cm máme pokryť (bez medzier) zhodnými štvorcovými dlaždicami. Môžeme si vybrať z dvoch typov štvorcových dlaždíc, ktorých strany sú v pomere 2 : 3. V oboch prípadoch sa dá pokryť celá plocha jedným typom dlaždíc bez pílenia. Menších dlaždíc by sme potrebovali o 30 viac ako väčších. Určte, ako dlhé sú strany dlaždíc. (Karel Pazourek)

Z9 – I – 4

V pravouholníku $ACKI$ sú vyznačené dve rovnobežky so susednými stranami a jedna uhlopriečka. Pritom trojuholníky ABD a GHK sú zhodné. Určte pomer obsahov pravouholníkov $ABFE$ a $FHKJ$. (Vojtěch Žádník)



Z9 – I – 5

Eva riešila experimentálnu úlohu Fyzikálnej olympiády. Dopoludnia od 9:15 robila v trojminútových odstupoch 4 merania. Získané hodnoty zapisovala do tabuľky, ktorú si pripravila v počítači:

hodín	minút	hodnota
9	15	
9	18	
9	21	
9	24	

Popoludní v experimente pokračovala. Tentoraz urobila v trojminútových odstupoch 9 meraní a hodnoty zapisovala do podobnej tabuľky. Omylom do počítača zadala, aby sa zobrazil súčet deviatich čísel z prostredného stĺpca. Tento zbytočný výpočet vyšiel 258. Ktoré čísla boli v danom stĺpci? (Libor Šimůnek)

Z9 – I – 6

V hostinci U troch prasiatok obsluhujú Pašík, Rašík a Sašík. Pašík je nečestný, takže každému hosťovi pripočíta k celkovej cene 10 grajciarov. Rašík je poctivec, každému vyúčtuje presne to, čo zjedol a vypil. Sašík je dobrák, takže každému hosťovi dá zľavu

z celkovej ceny vo výške 20 %. Prasiatka sa na seba tak podobajú, že žiadny hosť nepozná, ktoré práve obsluhuje. Baránok Vendelín si v pondelok objednal tri koláčiky a džbánok džúsu a zaplatil za to 56 grajciarov. Bol spokojný, takže hneď v utorok zjedol päť koláčikov, vypil k nim tri džbánky džúsu a platil 104 grajciarov. V stredu zjedol osem koláčikov, vypil štyri džbánky džúsu a zaplatil 112 grajciarov.

1. Kto obsluhoval Vendelína v pondelok, kto v utorok a kto v stredu?
2. Koľko grajciarov účtuje Rašík za jeden koláčik a koľko za jeden džbánok džúsu?

(Všetky koláčiky sú rovnaké, rovnako tak všetky džbánky džúsu. Ceny uvádzané v jedálnom lístku sa v uvedených dňoch nemenili.) (Michaela Petrová)

Kategória C

C – I – 1

Určte, akú najmenšiu hodnotu môže nadobúdať výraz

$$V = (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2,$$

ak reálne čísla a, b, c spĺňajú dvojicu podmienok

$$a + 3b + c = 6,$$
$$-a + b - c = 2.$$

(Jaroslav Švrček)

C – I – 2

V rovine sú dané body A, P, T neležiace na jednej priamke. Zostrojte trojuholník ABC tak, aby P bola päta jeho výšky z vrcholu A a T bod dotyku strany AB s kružnicou jemu vpísanou. Uveďte diskusiu o počte riešení vzhľadom na polohu daných bodov. (Pavel Leischner)

C – I – 3

Číslo n je súčinom troch rôznych prvočísel. Ak zväčšíme dve menšie z nich o 1 a najväčšie ponecháme nezmenené, zväčší sa ich súčin o 915. Určte číslo n. (Pavel Novotný)

C – I – 4

Vo štvorci $ABCD$ označme K stred strany AB a L stred strany AD. Úsečky KD a LC sa pretínajú v bode M a rozdeľujú štvorec na dva trojuholníky a dva štvoruholníky. Vypočítajte ich obsahy, ak úsečka LM má dĺžku 1 cm. (Leo Boček)

C – I – 5

Dokážte, že pre každé nepárne prirodzené číslo n je súčet $n^4 + 2n^3 + 2013$ deliteľný číslom 96. (Jaromír Šimša)

C – I – 6

Šachového turnaja sa zúčastnilo 8 hráčov a každý s každým odohral jednu partiu. Za víťazstvo získal hráč 1 bod, za remízu pol bodu, za prehru žiadny bod. Na konci turnaja mali všetci účastníci rôzne počty bodov. Hráč, ktorý skončil na 2. mieste, získal rovnaký počet bodov ako poslední štyria dokopy. Určte výsledok partie medzi 4. a 6. hráčom v celkovom poradí. (Vojtech Bálint)

Kategória B

B – I – 1

Každému vrcholu pravidelného 63-uholníka priradíme jedno z čísel 1 alebo –1. Ku každej jeho strane pripíšeme súčin čísel v jej vrcholoch a všetky čísla pri jednotlivých stranách sčítame. Nájdite najmenšiu možnú nezápornú hodnotu takého súčtu. (Pavel Calábek)

B – I – 2

Určte všetky dvojice (x, y) reálnych čísel, pre ktoré platí nerovnosť

$$(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right) \geq \left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)^2.$$

(Jaroslav Švrček)

B – I – 3

Nech D je ľubovoľný vnútorný bod strany AB trojuholníka ABC. Na polpriamkach BC a AC zvoľme postupne body E a F tak, aby platilo $|BD| = |BE|$ a $|AD| = |AF|$. Dokážte, že body C, E, F a stred I kružnice vpísanej trojuholníku ABC ležia na jednej kružnici. (Jaroslav Švrček)

B – I – 4

Dana napísala na papier trojciferné číslo, ktoré po delení siedmimi dáva zvyšok 2. Prehodením prvých dvoch cifier vzniklo trojciferné číslo, ktoré po delení siedmimi dáva zvyšok 3. Číslo, ktoré vznikne prehodením posledných dvoch cifier pôvodného čísla, dáva po delení siedmimi zvyšok 5. Aký zvyšok po delení siedmimi bude mať číslo, ktoré vznikne prehodením prvej a poslednej cifry Daninho čísla? (Pavel Novotný)

B – I – 5

V rovine sú dané body A, T, U tak, že uhol ATU je tupý. Zostrojte trojuholník ABC, v ktorom T, U sú postupne body dotyku strany BC s kružnicou trojuholníku vpísanou a pripísanou. (Pripísanou kružnicou tu rozumieme kružnicu, ktorá sa okrem strany BC dotýka aj polpriamok opačných k polpriamkam BA a CA.) (Šárka Gergelitsová)

B – I – 6

Nájdite najmenšie reálne číslo r také, že tyč s dĺžkou 1 možno rozlámať na štyri časti dĺžky nanajvýš r tak, že sa zo žiadnych troch týchto častí nedá zložiť trojuholník. (Ján Mazák)

Kategória A

A – I – 1

Číslo n je súčinom troch (nie nutne rôznych) prvočísel. Keď zväčšíme každé z nich o 1, zväčší sa ich súčin o 963. Určte pôvodné číslo n. (Pavel Novotný)

A – I – 2

Pre ľubovoľné kladné reálne čísla x, y, z dokážte nerovnosť

$$(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\le m^2, \text{ pričom } m=\min\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x},\frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}\right).$$

Zistite tiež, kedy v dokázanej nerovnosti nastane rovnosť. (Jaroslav Švrček, Jaromír Šimša)

A – I – 3

Označme I stred kružnice vpísanej do daného trojuholníka ABC. Predpokladajme, že kolmica na priamku CI vedená bodom I pretína priamku AB v bode M. Dokážte, že kružnica opísaná trojuholníku ABC pretína úsečku CM v jej vnútornom bode N a že priamky NI a MC sú navzájom kolmé. (Peter Novotný)

A – I – 4

Označme $l(n)$ najväčšieho nepárneho deliteľa čísla n. Určte hodnotu súčtu

$$l(1)+l(2)+l(3)+\cdots+l\left(2^{2013}\right).$$

(Michal Rolínek)

A – I – 5

Koľkými rôznymi spôsobmi možno vydláždiť plochu 3 x 10 dlaždicami 2 x 1, ak je dovolené klásť ich v oboch navzájom kolmých smeroch? (Stanislava Sojáková)

A – I – 6

V rovine daného trojuholníka ABC určte všetky body, ktorých obrazy v osových súmernostiach podľa priamok AB, BC, CA tvoria vrcholy rovnostranného trojuholníka. (Pavel Calábek)

Obsah

Redakčná pošta ..... 2. strana obálky
Dušan Jedinák: Omar Chajjám – básnik, astronóm i matematik 1
Dušan Jedinák: Matematicko-fyzikálny pozdrav 2013 3
Korešpondenčná súťaž v školskom roku 2013/2014 5
Martin Hriňák: Skôr než začnete písať svoje riešenia 7
Zadania 1. série úloh korešpondenčnej súťaže 8
Dušan Jedinák: Čriepky z histórie matematickej kultúry 9
Dušan Jedinák: Matematika na ZŠ – šikovne a s nadhľadom 10
Zadania úloh domáceho kola 63. ročníka Matematickej olympiády 12
Kategória Z5 12
Kategória Z6 13
Kategória Z7 15
Kategória Z8 16
Kategória Z9 17
Kategória C 19
Kategória B 20
Kategória A ..... 3. strana obálky

MATMIX – matematický časopis pre žiakov základných a stredných škôl, vydáva Ing. Mgr. Martin Hriňák v spolupráci s P-MAT, n. o., ako pomocnú literatúru pre predmetové komisie matematiky a pre žiakov so záujmom o matematiku.

Vydávanie časopisu je spolufinancované z dotácie Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky.

Šéfredaktor: Ing. Mgr. Martin Hriňák
Redakcia: Dušan Jedinák, Mgr. Katarína Hriňáková
Vydavateľ: Ing. Mgr. Martin Hriňák, Havanská 17, 040 13 Košice, IČO 41857836
Adresa redakcie: Ing. Mgr. Martin Hriňák MATMIX, Bratislavská 716/2, 900 46 Most pri Bratislave
Časopis vychádza štyrikrát ročne. Cena 1,35 €. Náklad: 150 ks. Október 2013.
E-mail: matmix@matmix.sk
Webová stránka: http://www.matmix.sk
Registračné číslo MK SR: EV 2029/08
ISSN: 1336-7854