David Hilbert – nadšenie pre matematiku

Charakter matematiky



Matematická veda ustanovuje nerozdeliteľné celky, organizmus, ktorého životaschopnosť je určená spojením medzi jeho čiastkami. Nehľadiac na celú mnohotvárnosť vedomostí v rôznych častiach matematiky, jasne vidíme totožnosť pomocných logických prostriedkov, príbuznosť myšlienok v matematike ako celku, tak aj v číselnej analógii v rôznych oblastiach. Tak už môžeme vidieť, že čím ďalej sa rozvíja matematická teória, tým harmonickejšie a rovnorodejšie stojí jej budova a medzi doteraz rozdelenými vedeckými odbormi sa otvárajú neočakávané vzťahy. Z toho vyplýva, že pri rozvíjaní matematiky sa jej jednotný charakter nielenže nestráca, ale naopak, preniká čím ďalej, tým výraznejšie... Všetko, čo vo všeobecnosti môže byť predmetom vedeckého myslenia, ak je dostatočne dozreté pre utvorenie teórie, sa podriadi axiomatickej metóde, a teda nepriamo i matematike. Celostný charakter matematiky podmieňuje vnútornú podstatu vedy: matematika je základom každej presnej prírodnej vedy. V lete roku 1900 sa v Paríži konal druhý medzinárodný kongres matematikov. Hlavný referát predniesol významný nemecký matematik **David Hilbert** (1862 – 1943). Zhrnul základné smery matematických výskumov a do 23 problémov formuloval otázky pre ďalší rozvoj matematiky. Niektoré úlohy boli konkrétne, napr. či sú čísla $2^{\sqrt{2}}$ a e^{π} racionálne, iné všeobecné, usmerňujúce rozvoj niektorých matematických disciplín, napr. štúdium topológie algebraických kriviek a plôch, problém rozkladu priestoru do kongruentných mnohostenov, problémy základov geometrie atď. Mnohé odpovede už súčasní matematici podali, ale niektoré otázky ešte čakajú na konečné vyriešenie.

Jednoduchý životný príbeh

David Hilbert bol synom sudcu a všestranne vzdelanej matky. Narodil sa 23. januára 1862 v Kráľovci (vo vtedajšom východnom Prusku to bol Königsberg). Základnú školu, gymnázium i univerzitu absolvoval v rodnom meste. Zo začiatku štúdií, pri otázke o práci v matematike: *Nezaoberal som sa nijako zvlášť matematikou, lebo som vedel, že ju neskôr budem musieť robiť naozaj poriadne*. Medzi jeho akademickými učiteľmi boli H. Weber, F. Lindemann a A. Hurwitz. Tí ho uviedli do teórie invariantov, teórie čísel a teórie funkcií. Promoval roku 1885, potom bol na študijnom pobyte v Lipsku a Paríži. V roku 1892 sa stal mimoriadnym profesorom a oženil sa. Z Kráľovca odišiel na svetoznámu univerzitu do Göttingenu (1895). Tu prednášal až do roku 1934. Po nástupe fašizmu v Nemecku odišiel do ústrania. Zomrel 14. februára 1943.

Matematické úspechy

Hilbert bol očarený a pohltený svojou vedou. Bol úplne oddaný svojim intelektuálnym záľubám. Prenikol do podstaty mnohých matematických disciplín. Zaujímal sa o teóriu invariantov (1885 – 1895), teóriu algebraických číselných telies (1893 – 1898), problémy variačného počtu a diferenciálnych rovníc (1900 – 1906), základy geometrie (1898 – 1902), integrálne rovnice (1902 – 1910), fyzikálne aplikácie matematiky (1910 – 1922) a logické základy matematiky (1922 – 1939).



V práci *Základy geometrie* (1899) vybudoval úplný systém axióm pre geometriu: základné objekty – bod, priamka, rovina; základné vzťahy – incidencia, zhodnosť, usporiadanie; systém axióm incidencie, usporiadania, zhodnosti, rovnobežnosti, spojitosti. Skúmal nezávislosť tohto systému pomocou modelov. Snažil sa úplne formalizovať základy matematiky, to znamená vybudovať pevné pravidlá pre odvodzovanie nových tvrdení. Vždy rešpektoval konkrétne odborné problémy a odporúčal ich štúdium spolu s metódami a otázkami, ktoré z nich vyplývajú. Dokázal Waringovu hypotézu o tom, že každé prirodzené číslo možno vyjadriť ako súčet k-tych mocnín prirodzených čísel ($k > 2$),

ktorý obsahuje $s(k)$ sčítancov, kde $s(k)$ je konštanta, ktorá závisí iba od exponentu k, t. j. každé prirodzené číslo možno vyjadriť v tvare $a = a_1^k + a_2^k + a_3^k + ... + a_S^k$.

Sformuloval úplný axiomatický systém reálnych čísel. Prispel k rozvoju matematickej fyziky (s Courantom vydal spis *Metódy matematickej fyziky*, 1924). V roku 1934 vydal s Bernaysom *Základy matematiky*. Hilbert sa snažil formalizovať metódy budovania abstraktných matematických teórií. I keď sa neskôr ukázalo, že jeho program pre formalizáciu matematiky sa nedá principiálne uskutočniť (Gödel, 1931), aj tak Hilbertovo úsilie umožnilo vyriešiť veľa čiastočných problémov modernej matematiky a matematickej logiky. Za svoje matematické práce získal David Hilbert cenu J. Steinera (1900) a Medzinárodnú cenu Lobačevského (1904).

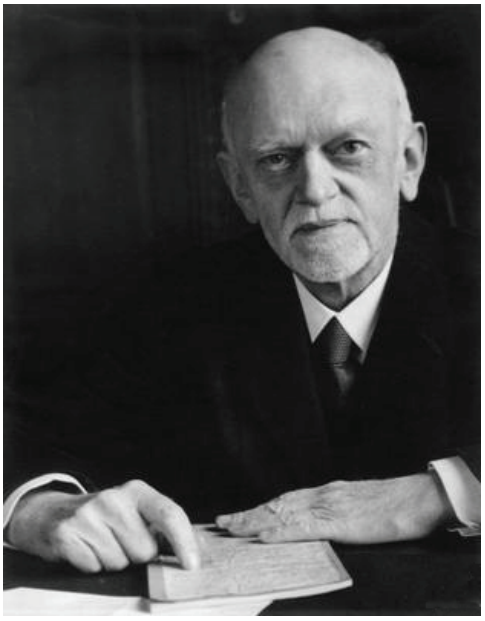
Spoločník i priateľ

S Hilbertom sa stretalo veľmi veľa ľudí. Mal široké záujmy, dalo sa s ním diskutovať nielen o matematike, ale aj o politike, ekonómii, filozofii a histórii. Jeho prednášky boli po odbornej stránke vždy podnetné, i keď začínali úplne jednoduchými príkladmi. Jeho osobnosť vyžarovala energiu a nadšenie. Fascinoval a inšpiroval. Nehanbil sa ako vysokoškolský profesor hrať so svojimi mladšími kolegami biliard (v tej dobe to bolo naozaj nevídané), pozýval svojich mladých študentov na dlhé prechádzky cez les alebo domov na čaj či večeru. Vždy bol prístupný, ochotný vypočuť odlišné názory i kritiku. Každý s ním mohol hovoriť ako rovný s rovným a zastávať vlastné názory, ak mal čo povedať.

Študijná a pracovná atmosféra okolo Hilberta bola plná zodpovednosti a tvorivosti. I keď Hilbert nebral študijné výsledky svojich doktorandov veľmi prísne, časopis *Mathematische Annalen* redigoval veľmi vážne a zodpovedne. Publikovať v ňom znamenalo vo svete matematiky veľmi veľa. Göttingenská univerzita bola začiatkom 20. storočia svetovým centrom matematického vzdelania. V školskom roku 1908/1909 navštevoval prednášky Davida Hilberta aj významný slovenský matematik Jur Hronec. Profesor Hilbert bol mimoriadnou vedeckou osobnosťou, pravým velikánom ducha, univerzálnym matematikom. Vynikal bádateľskou predvídavosťou, nezávislým myslením, umením pozorne počúvať a získať inšpiráciu. Snažil sa spoznať prírodu cestou logiky a axiomatizácie. Vytvoril významnú matematickú školu, ktorá podstatne ovplyvnila celú matematiku i fyziku na začiatku 20. storočia.

Významný a uznávaný

Aspoň niekoľkými citátmi si pripomeňme Hilbertove názory: *...tu je problém, hľadaj riešenie. Môžeš ho nájsť čistým myslením... je omylom sa domnievať, že prísnosť pri dokazovaní je omylom jednoduchosti... Žiadny problém nevzrušoval ľudskú dušu tak hlboko ako problém nekonečna, nijaká myšlienka neobjavila taký silný a plodný vplyv na rozum ako idea nekonečna Ale z druhej strany, ani jeden pojem nepotrebuje v takej miere vysvetľovanie ako predstavy nekonečna... Matematický problém má byť dosť obťažný, aby nás lákal, ale zároveň aj nie celkom nedostupný, aby sa nestalo márne naše úsilie, má byť sprievodným znakom na dopletených cestách za skrytými pravdami, má byť napokon upozornením na radosť, akú nám prinesie nájdené riešenie... Poznanie prírody a života sú najvznešenejšou úlohou. Všetko ľudské úsilie a snaženie smeruje k tomu so stále väčším úspechom*.



David Hilbert, jeden z najvýznamnejších a najuznávanejších matematikov 20. storočia, videl úlohu matematiky v skúmaní všetkých možných svetov. Priznával matematickú existenciu všetkým možným objektom, o ktorých môžeme ako o existujúcich bezosporne uvažovať. Chcel skúmať aj aktuálne nekonečno. *Nikto nás nemôže vyhnať z raja vytvoreného pre nás Cantorom*. Hilbert sa pokúsil formalizovať axiomatickú teóriu matematiky, aby ju oslobodil od obsahu a dosiahol jej maximálnu všeobecnosť. Bol presvedčený o riešiteľnosti každého matematického problému. Pripravil program formalizácie matematických teórií v zmysle abstrakcie od ich obsahu spolu s formalizáciou ich jazyka, aby ukázal ich bezospornosť. Vo svetle neskorších objavov sa ukázala aj táto cesta nezavŕšiteľná k úplnej spokojnosti. Ale aj tak Hilbert prispel k dôkladnému rozpracovaniu jazyka matematiky a jej symboliky. Metodologický problém povahy matematického poznávania a istoty jeho uplatňovania je stále vo svojich ideálnych formách otvorený. Nie sme zbavení ľudskej zodpovednosti za neustále hľadanie zmysluplnosti a pravdivosti našej úžasne krásnej a často i v praxi efektívnej matematiky.

Dušan Jedinák